

2026-2027 温州一模冲刺数学 2

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知复数 $z = (-1 + 2i) \cdot i$ ，则 z 的虚部为 ()

- A. 2 B. $-i$ C. -2 D. -1

2. 若集合 $M = \left\{ x \mid \frac{x}{x-2} < 0 \right\}$ ， $N = \{x \mid x^2 - 4 \leq 0\}$ ，则 $M \cap N =$ ()

- A. $\emptyset$ B. $\{x \mid 0 < x < 2\}$ C. $\{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$ D. $\{x \mid 0 \leq x < 2\}$

3. $\left(\frac{1}{2}x + 2y\right)^6$ 的展开式中 x^2y^4 的系数为 ()

- A. $\frac{15}{4}$ B. 20 C. 60 D. 96

4. “ $\varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ ， $k \in \mathbf{Z}$ ”是“函数 $y = \cos(2x + \varphi)$ 的图象关于原点对称”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

5. 设 $a = 3^{0.6}$ ， $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{-0.7}$ ， $c = \log_{0.6} 0.7$ ，则 a ， b ， c 的大小关系为 ()

- A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

6. 已知 $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{3}$ ， $\sin\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}$ ，则 $\cos(2\alpha + 2\beta) =$ ()

- A. $\frac{7}{9}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $-\frac{1}{9}$ D. $-\frac{7}{9}$

7. 在平面直角坐标系中，已知圆 $C_1: (x+3)^2 + (y-1)^2 = 4$ 和 $C_2: (x-4)^2 + (y-5)^2 = 4$ ，若点 P 满足：存在过点 P 的无穷多对互相垂直的直线 l_1 和 l_2 ，它们分别与圆 C_1 和圆 C_2 相交，且直线 l_1 被圆 C_1 截得的弦长与直线 l_2 被圆 C_2 截得的弦长相等，则所有满足条件的点 P 的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 将 1, 2, 3, ..., 10 这 10 个数字进行重新排列，得到新的排列为 $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ ，则满足对于

$\forall k \in \{1, 2, \dots, 10\}$, $|a_k - k| \leq 1$ 的所有排列的个数为 ()

A. 35

B. 55

C. 89

D. 144

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对得部分分，有选错的得 0 分。

9. 下列说法正确的是 ()

A. 当经验回归方程为 $\hat{y} = -0.5x + 2$ 时，变量 x 和 y 负相关

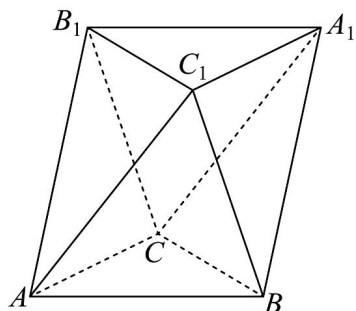
B. 成对样本数据的线性相关程度越强，样本相关系数 r 的值越接近 1

C. 回归分析中，残差图中残差比较均匀地分布在以取值为 0 的横轴为对称轴的水平带状区域内，且宽度越窄表示拟合效果越好

D. 回归分析中，决定系数 R^2 越大，拟合效果越好

10. 在三棱柱上底所在平面上，将上底图形绕一点旋转 180° 后，再将上、下底顶点连接形成的空间几何体称为“扭反三棱柱”。如图所示的“扭反三棱柱”上、下底为全等的等腰三角形， $AB = AC = A_1B_1 = A_1C_1 = m$,

$BC = 2$, $B_1C_1 = 4$, 若顶点 A, B, C, A_1, B_1, C_1 均在球 O 的球面上，则下列结论正确的是 ()



A. 点 A, B, A_1, B_1 共面

B. 球 O 的表面积为 20π

C. 截面 ACA_1C_1 的面积的最大值为 5

D. 当该几何体体积最大时 $m = \sqrt{10}$

11. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 右顶点为 N . 两条直线 $l_1: y = -\frac{1}{2}x$ 和 $l_2: y = \frac{1}{2}x$

与椭圆 C 在 x 轴上方的两个交点分别为 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$, 动点 $M(m, n)$ 在椭圆 C 上, 且 $x_1 < m < x_2$,

$n > 0$. 若过点 M 作椭圆的切线 l , 与直线 l_1, l_2 分别交于 P, Q 两点, 则 ()

A. $\angle MF_1F_2$ 和 $\angle MF_2N$ 的角平分线的交点在定直线 $x = 2$ 上

B. $|OP| \cdot |OQ|$ 的最小值为 $\frac{5}{2}$

C. $S_{\triangle AOM}^2 + S_{\triangle BOM}^2$ 为定值

D. 四边形 $OAMB$ 的面积的最大值为 $\sqrt{3}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 已知向量 $\vec{a} = (3, 1)$, $\vec{b} = (1, -1)$, 若 $\vec{a} \perp (\vec{a} + \lambda \vec{b})$, 则实数 $\lambda =$ ____.

13. 现将 3 个小球随机装进 3 个盒子中, 则装有球的盒子的个数的期望是 ____.

14. 对于任意 $k \in [4, +\infty)$, 函数 $f(x) = \left(\frac{4}{k} + k\right) \ln x - x + \frac{1}{x}$ 的图象上总存在两点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$,

使得函数 $f(x)$ 在 M , N 两点处的切线互相平行, 则 $x_1 + x_2$ 的取值范围为 ____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15. 已知 $\triangle ABC$ 的外接圆半径是 2, 角 A , B , C 所对的边为 a , b , c , 满足 $b = \frac{a}{2} + c \cos A$.

(1) 求角 C 的值;

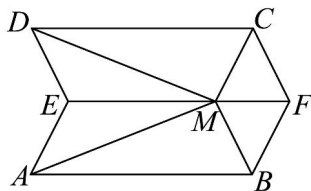
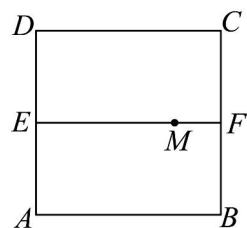
(2) 求 $a^2 + b^2$ 的最大值.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $2S_n + a_n = 2n + 2$.

(1) 证明: $\{a_n - 1\}$ 是等比数列;

(2) 设数列 $b_n = n(a_n - 1)$, $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n , 证明: $T_n < \frac{3}{4}$.

17. 如图, 正方形 $ABCD$ 边长为 8, E , F 分别为边 AD , BC 的中点, M 是线段 EF 上的点, 且 $EM = 3MF$. 把矩形 $EDCF$ 沿 EF 折起, 设 $\angle AED = \theta$ ($0 < \theta < \pi$).



(1) 在 DF 上找一点 P , 使得直线 $MP \parallel$ 平面 ADE , 并求出 $\frac{DP}{PF}$ 的值;

(2) 若 $BD \perp MC$, 求 $\cos \theta$ 的值;

(3) 若四棱锥 $D-ABFE$ 的外接球半径为 5, 求 $\sin \theta$ 的值.

18. 在平面直角坐标系中, 已知曲线 $\Gamma: xy = 1$ 和双曲线 $C: x^2 - y^2 = 2$.

(1) 设两个定点 $F_1(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$, $F_2(\sqrt{2}, \sqrt{2})$, 动点 M 在曲线 Γ 上, 且点 M 在第一象限. 证明:

$|MF_1| - |MF_2|$ 为定值;

(2) 双曲线 C 上有两个点 P , Q , 并且 $\angle POQ = 45^\circ$. 求 $\frac{1}{|OP|^4} + \frac{1}{|OQ|^4}$ 的值;

(3) 设双曲线 C 上关于原点对称的两点分别为 N 和 N' , 以 N 为圆心, $|NN'|$ 为半径的圆与双曲线 C 交于另外三点 B , C , D . 证明: $\triangle BCD$ 为等边三角形.

19. 已知 $n \in \mathbf{N}^*$, $x \in \mathbf{R}$, 函数 $f_n(x)$ 的导函数 $f'_n(x) = -e^x + 2e^{2x} - 3e^{3x} + \dots + 2ne^{2nx}$, 且 $f_n(0) = 0$. 设 $f_n(x)$ 的极值点为 x_n .

(1) 求 $f_1(x)$ 的单调区间和极值;

(2) 证明: $x_n \leq \ln\left(1 - \frac{1}{2n}\right)$;

(3) 证明: $x_{n+1} > x_n$.