

武昌区 2026 届高三年级五月供题

数 学

本试卷共 4 页,19 题。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

- 答卷前, 先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
- 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上非答题区域均无效。
- 非选择题的作答: 用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
- 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

- 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 B 满足 $C_U B = \{1, 3, 5\}$, 则
 - $2 \in B$
 - $4 \notin B$
 - $\{3\} \subseteq B$
 - $\{1, 4, 6\} \subseteq B$
- 若复数 $z = i(2-i)$, 则 $z + \bar{z} =$
 - 2
 - 2
 - 2i
 - 4i
- 已知正六边形 $ABCDEF$, 则向量 \overrightarrow{BF} 在向量 \overrightarrow{BD} 方向上的投影向量为
 - $\frac{1}{4}\overrightarrow{BD}$
 - $\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$
 - $\frac{\sqrt{3}}{4}\overrightarrow{BD}$
 - $\frac{\sqrt{3}}{2}\overrightarrow{BD}$
- 记样本数据 1, 2, 2, 2, 3 的方差为 s_1^2 , 样本数据 3, 5, 5, 5, 7 的方差为 s_2^2 , 则
 - $s_2^2 = 2s_1^2$
 - $s_2^2 = 2s_1^2 + 1$
 - $s_2^2 = 4s_1^2$
 - $s_2^2 = 4s_1^2 + 1$
- 平面直角坐标系中, 若角 α 的终边经过点 $(4, -3)$, 角 β 的终边经过点 $(6, 8)$, 则 $\cos(\alpha - \beta) =$
 - 1
 - $-\frac{24}{25}$
 - 0
 - $\frac{24}{25}$
- 设点 $A(0, 1), B(0, -1), P$ 为动点, 记 AP, BP 的斜率分别为 k_1, k_2 , 若 $\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} = 1$, 则点 P 的轨迹为
 - 圆的一部分
 - 椭圆的一部分
 - 双曲线的一部分
 - 抛物线的一部分

- 已知公比 $q > 0$ 且 $q \neq 1$ 的等比数列 $\{a_n\}$, 前 n 项积为 T_n , 若 $T_4 = T_9$, 且 $a_3^2 \cdot a_m = 1$, 则 $m =$
 - 15
 - 16
 - 17
 - 18

- 设平面内动点 P 在单位圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上, P 到直线 $l_1: x - y = 0, l_2: x + y = 0$ 的距离分别为 d_1, d_2 , 即 $d_1^2 + d_2^2 = 1$; 推广到空间: 动点 Q 在单位球 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 上, Q 到平面 $\alpha_1: x - y = 0, \alpha_2: x + y = 0$ 的距离分别为 D_1, D_2 . 记 $g(Q) = mD_1 + D_2 (m > 0)$, 则当 $g(Q)$ 取最大值为 5 时, $m =$
 - 2
 - 4
 - $2\sqrt{6}$
 - 24

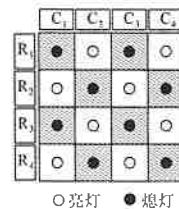
二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分。

- 若空间中三条两两不同的直线 l_1, l_2, l_3 , 满足 $l_1 \perp l_2, l_2 \perp l_3, l_3 \perp l_1$, 则
 - 三条直线可以两两相交
 - 三条直线可以两两异面
 - 三条直线中必有两条直线平行
 - 三条直线必定不共面
- 已知随机事件 A, B 满足 $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$, 记 $T = P(A)P(B), S = P(A \cup B)$, 若 A, B 互斥, 则
 - $P(AB) \neq 0$
 - $S > 2T$
 - 当 $S = \frac{1}{2}$ 时, T 的最大值为 $\frac{1}{16}$
 - 若 $T = \frac{1}{4}$, 则 $S = 1$

- 已知函数 $y = f(x)$ 及其导函数 $y = f'(x)$ 均为定义在 $(0, +\infty)$ 上的连续函数, 且 $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x}f(x) + \frac{x-1}{x+1}e^{\frac{1}{2}x}f'(x) = e^{\frac{x^2}{4}}$, 且 $f'(1) = 0$, 设 $g(x) = (x-1)e^{\frac{1}{2}x}f(x)$, 则下列说法中正确的是
 - $f(1) = 2e^{-\frac{1}{4}}$
 - $g'(x) = (x+1)e^{\frac{x^2}{4}}$
 - $f(x)$ 有极大值
 - $f(x)$ 有极小值

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

- 已知函数 $f(x) = \sin(x + \varphi)$ 为偶函数, 则 $\varphi =$ _____。(写出满足题意的一个即可)
- 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 离心率为 2, 左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 若点 A 为双曲线上一点, 满足 $AF_2 \perp F_1F_2$, 过点 F_2 作 AF_1 的垂线, 垂足为 B , 则 $\frac{|AB|}{|BF_1|} =$ _____。
- 一个 4×4 的灯阵, 每盏灯颜色各不相同, 初始时所有灯均熄灭, 每次可以任选一整行或一整列, 使其中所有灯的状态同时反转, 经过若干次操作后, 恰有 8 盏灯亮, 只按最终灯亮位置计算(如右图为其中一种情况), 可得到的不同亮灯图案共有 _____ 种。



四、解答题:本题共5小题,共77分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (本题满分13分)

已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3}\cos^2 x + \sin 2x - \sqrt{3}, x \in \mathbf{R}$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期和单调递增区间;

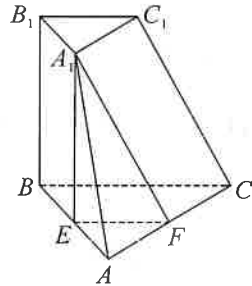
(2) 在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 若 $f(A - \frac{\pi}{12}) = -2, S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}, b+c=3$, 求 a 的长.

16. (本题满分15分)

在三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,上下底面均为正三角形, $BB_1 \perp$ 底面 $A_1B_1C_1$, 且 $BB_1 = \sqrt{3}, AB = 2A_1B_1 = 2$. 过点 A_1 作平面 $\alpha \parallel$ 侧面 BCC_1B_1 , 平面 α 与下底面 ABC 的边 AB, AC 分别交于 E, F 两点.

(1) 求证: 直线 $EF \parallel$ 平面 BCC_1B_1 ;

(2) 求三棱锥 $A-A_1EF$ 的体积.



17. (本题满分15分)

已知函数 $f(x) = x - \ln x - \frac{a}{x} - a (x > 0)$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

(1) 是否存在实数 a , 使得函数的图象在点 $(1, f(1))$ 的切线为 $y = x - 1$? 若存在, 求出 a 的值; 若不存在, 请说明理由;

(2) 若函数 $f(x)$ 的图象上存在关于点 $(1, -1)$ 对称的不同两点, 求实数 a 的取值范围.

18. (本题满分17分)

某科技公司搭建智能算力集群, 随机抽取一组服务器监测, 其中高性能服务器的台数为随机变量 ξ , 已知其分布列为:

ξ	0	1	2	3
$P(\xi=k)$	m	$\frac{m}{r}$	$m(1+2r)$	$m(1+r)^2$

其中 $m > 0, 0 < r < 1$. 每台高性能服务器在一次任务中独立地处于“高负载运行”和“低负载休眠”两种状态, 且出现两种状态的概率均为 $\frac{1}{2}$.

记事件 A : 高性能服务器中, 高负载运行数量多于低负载休眠数量.

(1) 当 $r = \frac{1}{2}$ 时

(i) 求 m ;

(ii) 求条件概率 $P(A | \xi \geq 1)$;

(2) 记该组高性能服务器处于高负载运行状态总台数为随机变量 Y , 求 $E(Y)$ 在 $r \in (0, 1)$ 上的值域.

19. (本题满分17分)

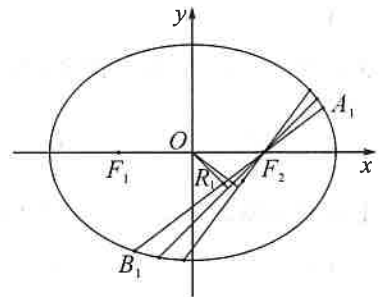
已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{1}{2}$, 过 F_2 的直线 l 交椭圆 E 于 A, B 两点, 且 $\triangle ABF_1$ 的周长为 8, O 为坐标原点.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 按如下方式依次生成直线 l_n : 过 F_2 作直线 l_n 交椭圆 E 于 A_n, B_n , 其中 A_n 在 x 轴上方, R_n 为弦 A_nB_n 的中点. 对任意正整数 n , 过 F_2 作直线 l_{n+1} , 使 $l_{n+1} \perp OR_n$. 记直线 l_n 的斜率为 k_n , 且 $k_1 = \frac{3}{4}$.

(i) 证明数列 $\{k_n\}$ 是等比数列;

(ii) 已知从椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 外一点 $P(x_0, y_0)$ 向该椭圆引两条切线, 切点分别为 A, B , 则直线 AB 的方程为 $\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1$. 过 A_n, B_n 分别作椭圆 E 的切线, 两切线交于点 P_n . 设 G_n 为 $\triangle OA_nB_n$ 的重心, 记 $a_n = \frac{S_{\triangle A_nB_nP_n}}{S_{\triangle A_nB_nG_n}}$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.



数学答题卡

姓名

准考证号

贴条形码区

考生禁填 缺考考生由监考员用黑色墨水笔填写准考证号和填涂右边的缺考标记

正确填涂
 错误填涂
 涂样例

注意事项
 1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，并贴好条形码。请认真核准条形码上的准考证号、姓名。
 2. 选择题必须使用2B铅笔填涂；解答题必须使用黑色签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
 3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
 4. 保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破。

选择题(1-8题每题5分,9-11题每题6分,共58分)

- | | | |
|---|---|--|
| 1 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 5 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 9 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 2 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 6 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 10 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 3 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 7 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 11 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 4 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 8 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | |

填空题(每小题5分,共15分)

12.

13.

14.

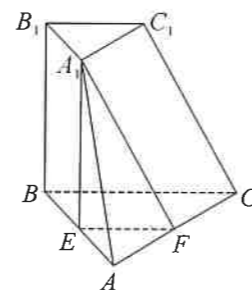
解答题(共77分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (13分)

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

16. (15分)



请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

17. (15分)

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

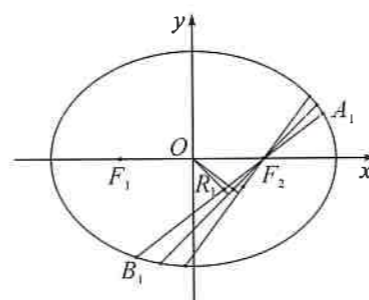
请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

18. (17分)

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

19. (17分)



请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效