



绝密★考试结束前

Z20⁺名校联盟（浙江省名校新高考研究联盟）2026 届高三第三次学情诊断

数学试题卷

命题：余姚中学 马浩东、李建标

审题：路桥中学 朱映颖 平阳中学 徐荣波 桐庐中学 夏一帆

校稿：李慧华、吕金晶

考生须知：

1. 本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前务必将自己的姓名，准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试题卷和答题纸规定的地方。
3. 答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范答题，在本试卷纸上答题一律无效。
4. 考试结束后，只需上交答题卷。

第 I 卷

一、**选择题：**本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x | x^2 + 2x < 0\}$ ，集合 $B = \left\{x | 2^x > \frac{1}{2}\right\}$ ，则 $A \cap B =$
 A. $(-2, 0)$ B. $(-1, +\infty)$ C. $(-1, 0)$ D. $(-\infty, -2)$
2. 复数 $\frac{i}{1-2i}$ 在复平面内对应的点位于
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 已知 $\{a, b, c\}$ 是空间的一组基底，则能与 $a+b$ 构成另一组基底的是
 A. $b+c, a+c$ B. $b+c, a-c$ C. $c, a+b-2c$ D. $b-c, a+c$
4. 已知一组实数：1, 2, 4, x , 8, 10，若该组数据的第 p 百分位数为 4，则 p 不可能是
 A. 40 B. 50 C. 60 D. 70
5. 若随机变量 $X \sim N(\mu, 4)$ ，随机变量 $Y \sim B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ ， $P(X \geq 1) = \frac{1}{2}$ 且 $E(X) = E(Y)$ ，则 $D(Y) =$
 A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 4
6. 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，记三棱锥 $B-AC_1D$ ， $B-A_1C_1D$ ， $B-A_1CD$ 的体积分别为 V_1, V_2, V_3 ，则
 A. $V_1 = V_2 = V_3$ B. $V_1 = V_2 > V_3$ C. $V_2 > V_1 = V_3$ D. $V_1 < V_2 = V_3$
7. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数， $g(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数，若函数 $f(x) - g(x)$ 的值域为 $[-4, 2]$ ，则函数 $2f(3x) + 2g(3x)$ 的最大值为
 A. 8 B. 6 C. 4 D. 2
8. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{2a_n + 4}{a_{n+1}} = \frac{3a_n + 2 - a_{n+1}}{a_n}$ ，且 $a_1 = 2$. 若 $a_i = 100$ ，则 i 的最小值为
 A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

二、**选择题**：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 已知两个平面 α, β 和两条直线 a, b ，满足 $a \subset \alpha, b \subset \beta$ ，下列命题正确的是

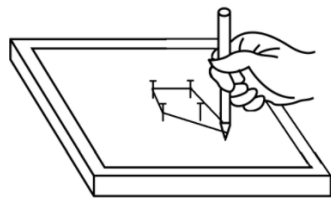
- A. 若 α, β 不垂直，则 a, b 不可能垂直
 B. 若 α, β 垂直，则 a, b 可能不垂直
 C. 若 α, β 不平行，则 a, b 不可能平行
 D. 若 α, β 平行，则 a, b 可能不平行

10. 将一颗质地均匀的骰子（点数为 1-6）连续抛掷 3 次，记录向上的点数，则

- A. 三个点数之积大于 150 的概率为 $\frac{1}{54}$
 B. 三个点数之和大于 10 的概率为 $\frac{1}{2}$
 C. 若不考虑点数的先后顺序，能构成等比数列的概率为 $\frac{1}{27}$
 D. 若考虑点数的先后顺序，在三个点数之和是奇数的条件下，能构成等差数列的概率为 $\frac{1}{12}$

11. 在一块木板上绘制平面直角坐标系，在 $A(1,1), B(1,-1), C(-1,-1), D(-1,1)$ 四点处钉上四枚钉子，将长度为 10 的细绳环放在木板上围出一个封闭区域，且四枚钉子在此区域内。用一支铅笔拉紧细绳，移动笔尖一周，笔尖在木板上留下了封闭的轨迹 C ，则

- A. 轨迹 C 上任意一点到原点距离的最大值为 3
 B. 轨迹 C 上任意一点到原点距离的最小值为 $\sqrt{7}$
 C. 轨迹 C 的面积大于 20
 D. 直线 $x+2y+c=0 (c \in \mathbf{R})$ 与轨迹 C 最多有 2 个公共点



第 II 卷

三、**填空题**：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 已知二项式 $(a+x)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ ，若 $a_0 > a_1 > a_2 > a_3$ ，则正整数 a 的最小值为 \blacktriangle 。

13. 设圆台的上下底面半径分别为 r 和 $R (r < R)$ ，母线长为 l ，圆台的侧面积等于上下底面的面积之和，当 $\frac{l}{R}$ 取到最小值时， $\frac{r}{R} = \blacktriangle$ 。

14. 抛物线 $y^2 = 4x$ 上的 A, B 两点均位于第一象限，点 C 在 x 轴正半轴上，满足 $AC = BC$ 且 $AC \perp BC$ 。若 $\triangle ABC$ 的面积为 9，则点 C 坐标为 \blacktriangle 。

四、**解答题**：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，满足 $\tan B = \frac{\sin A}{2 \cos B - \cos A}$ ， $b = 2$ 。

- (1) 若 $B = \frac{\pi}{4}$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积；
 (2) 若 $A > B$ ，求 $\cos C - 3 \cos B$ 的取值范围。

16. (15分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左顶点 A 到其渐近线 $y = \frac{\sqrt{5}}{2}x$ 的距离为 $\frac{2}{3}\sqrt{5}$, 过右焦点 F 的任意直线 l 与双曲线的右支交于 M, N 两点, 且直线 AM, AN 与直线 $x = 1$ 分别交于 P, Q 两点.

(1) 求双曲线 C 的标准方程;

(2) 设直线 FP, FQ 的斜率分别为 k_1, k_2 , 则 $k_1 \cdot k_2$ 是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 请说明理由.

17. (15分)

正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n , 且 $S_n = 2(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \cdots + \sqrt{S_n}) - n$.

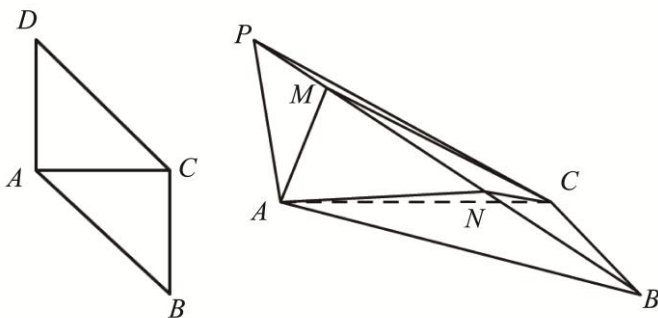
(1) 证明: 数列 $\{\sqrt{S_n}\}$ 是等差数列;

(2) 求数列 $\left\{ \frac{a_n}{a_{n+1}a_{n+2}} \cdot 2^n \right\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (17分)

如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AC = BC = 1$, $AC \perp BC$. 现将 $\triangle ACD$ 沿着 AC 翻折, 使点 D 到达点 P 的位置, 形成三棱锥 $P-ABC$. 线段 PB 上有两点 M, N , 满足平面 $ABC \perp$ 平面 ACM 且平面 $ACP \perp$ 平面 ACN .

- (1) 当平面 $ABC \perp$ 平面 ACP 时, 求三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积;
- (2) 在翻折过程中, 当点 N 为线段 PB 上靠近点 B 的三等分点时, 求点 N 到平面 ACP 的距离;
- (3) 在翻折过程中, 是否存在 $\overline{MN} = \frac{1}{4}\overline{PB}$, 若存在, 求平面 ACP 与平面 ABC 所成角的余弦值; 若不存在, 请说明理由.



19. (17分)

已知函数 $f(x) = \frac{x+a}{e^x} (a \in \mathbf{R})$.

- (1) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最值;
- (2) 讨论方程 $f(x) = f(-x)$ 解的个数;
- (3) 若方程 $f(x) = f(-x)$ 存在两个解 x_1, x_2 , 且满足 $x_1 < 0 < x_2$, 证明: $|f'(x_1)| > |f'(x_2)|$.