《浙江省新高考研究卷》数学（五）

第Ⅰ卷

一、**单项选择题：** 本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的.

1．已知集合 $A=\{1\}$，$B=\left\{x\left|x^2-ax>0\right.\right\}$，若 $A\cap B=A$，则实数 a 的取值范围是

A．$(0,1)$　　B．$(-\infty,1]$　　C．$(-\infty,1)$　　D．$(1,+\infty)$

2．若复数 z 满足 $z+\bar{z}=2$，$z-\bar{z}=2\sqrt{2}\mathrm{i}$，则 $z\bar{z}=$

A．2　　B．3　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\pm\sqrt{2}$

3．不等式 $\dfrac{1-\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^x}>\dfrac{1-\mathrm{e}}{1+\mathrm{e}}$ 的解集为

A．$(-\infty,1)$　　B．$(1,+\infty)$　　C．$(-1,1)$　　D．$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

4．由恒等式 $(1+x)^4\cdot(1+x)^4=(1+x)^8$，利用 x^4 的系数相等，可得

A．$C_8^4=(C_4^0)^2+(C_4^1)^2+(C_4^2)^2$

B．$C_8^4=C_4^1C_4^3+(C_4^2)^2+C_4^3C_4^1$

C．$C_8^5=C_4^0C_4^4+C_4^1C_4^3+(C_4^2)^2+C_4^3C_4^1+C_4^4C_4^0$

D．$C_8^4=(C_4^0)^2+(C_4^1)^2+(C_4^2)^2+(C_4^3)^2+(C_4^4)^2$

5．已知向量 $\vec{a}=(\sin\alpha,1)$，$\vec{b}=(1+\cos\alpha,3)$，其中 $0<\alpha<\pi$，若 $\vec{a}//\vec{b}$，则 $\tan\dfrac{\alpha}{2}=$

A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$-\dfrac{1}{3}$　　C．3　　D．-3

6．若事件 A,B 满足 $P(AB)P(\overline{B})=P(A\overline{B})P(B)$，则事件 A,B

A．互斥　　B．独立　　C．对立　　D．以上均不对

7．若 $\triangle ABC$ 的三条边不全相等，且三条边成等比数列，则三个内角中不小于 $\dfrac{\pi}{3}$ 的个数为

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

8．已知曲线 $C_1:xy=1$，曲线 $C_2:2^x+2^y=1$，则 C_1 在 C_2（交点除外）的

A．上方　　B．下方

C．上方（交点左）、下方（交点右）　　D．上方（交点右）、下方（交点左）

二、**多项选择题：** 本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9．在下列函数中，有对称中心的有

A．$y=\sin|x|$　　B．$y=\cos|x|$　　C．$y=\sin^2 x$　　D．$y=\cos^2 x$

10．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1\neq 0$，$a_1\neq\pm1$，$a_{n+1}=a_n^2$，则

A．若 $a_1>1$，则 $\{a_n\}$ 单调递增　　B．若 $a_1<-1$，则 $\{a_n\}$ 单调递减

C．若 $\{a_n\}$ 单调递增，则 a_1 可能小于 0　　D．若 $\{a_n\}$ 单调递减，则 $0<a_1<1$

11．设 A 为双曲线 $E:\frac{x^2}{2}-y^2=1$ 的右顶点，圆 M 关于 x 轴对称，且圆 M 过点 A，则

A．若圆 M 与双曲线的渐近线相切，则圆 M 与双曲线 E 恰有 1 个交点

B．若圆 M 与双曲线的渐近线相切，则圆 M 与双曲线 E 可能有 3 个交点

C．若圆 M 与双曲线 E 恰有 3 个交点，则圆 M 面积的一定大于 $\frac{1}{2}\pi^2$

D．若圆 M 与双曲线 E 恰有 3 个交点，则圆 M 面积的一定大于 $2\pi^2$

第Ⅱ卷

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12．样本数据 $6,7,10,11,13$ 的第 70 百分位数是___▲___.

13．“回文数”是一类特殊的正整数，从左到右读与从右到左读一样，如“$22,242,1331$”等都是“回文数”.用“$0,1,\cdots,9$”这十个数字可以组成数字不全相同的三位“回文数”的个数为___▲___.

14．在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=BC$，$AB_1=B_1C$，$AC=\sqrt{2}BB_1=2$，若平面 $ABC\perp$ 平面 AB_1C，则 $\cos\angle BAB_1$ 的最小值为___▲___.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15．（本小题 13 分）在 $\triangle ABC$ 中，记角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c.

（1）若 $b=3c$，求 $\cos C$ 的最小值；

（2）若 $A=\frac{\pi}{4}$ 且 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，求证：$\frac{b}{c}>\frac{\sqrt{2}}{2}$.

16．（本小题 15 分）一只电子蚂蚁在正三角形 ABC 的三条边上来回走动，当时间 $n=0$ 时，它位于点 A，每 1 秒恰好走完一条边，每次出发由一个顶点走向另外两个顶点的概率相等.

（1）求经过 3 秒走完三角形三条边的概率；

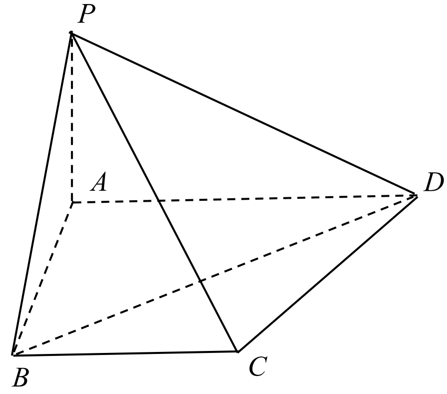
（2）记第 n 秒位于点 A 的概率为 $P_n(n\in\mathrm{N}^*)$，求 P_n.

17.（本小题 15 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为直角梯形，$AD//BC$，$AB\perp AD$，$AD=2AB=2BC=2PA=2$，$PC=\sqrt{3}$，记平面 PAB 与平面 PCD 的交线为 l，$l\perp AD$.

（1）求证：平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$；

（2）求异面直线 l 与 BD 所成角的余弦值；

（3）若 M 为直线 l 上一点，求直线 MC 与平面 PAB 所成角的正弦值的最大值.



第 17 题图

18.（本小题 17 分）设动直线 $AB: y=kx+m$ 与椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 交于 A,B 两点，当直线 AB 过椭圆 E 的右顶点和上顶点时，直线 AB 的斜率为 $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$|AB|=\sqrt{3}$.

（1）求椭圆 E 的方程；

（2）设 OA,OB 的斜率分别为 k_1,k_2，若 $k_1k_2=-\dfrac{1}{2}$，求证：直线 AB 与以 O 为圆心的单位圆相交；

（3）记 A,B 两点的横坐标分别为 x_1,x_2，且 ${x_1}^2+{x_2}^2$ 为常数 λ，设 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$（$O$ 为坐标原点），若点 P 在与椭圆 E 相似的椭圆上（椭圆相似即离心率相等），求常数 λ 的值.

19．（本小题 17 分）设非零函数 $f_n(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n(n\in\mathbf{N})$，则 $f_n(x)$ 为多项式函数，当 n 无限趋于 $+\infty$ 时，则称 $f_{+\infty}(x)$ 为“无穷多项式函数”，记 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数，$f''(x)$ 为 $f'(x)$ 的导函数.

（1）若 $a_n=\dfrac{1}{n!}(n\in\mathbf{N})$，

①求证：当 $x\in[0,+\infty)$ 时，$f_2(x)\le \mathrm{e}^x$；

②当且仅当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$kf_n(x)<\mathrm{e}^x<kf_{n+1}(x)$ 成立，求 n 的取值集合.

（2）若 $f_{+\infty}''(x)+f_{+\infty}(x)=0$，且 $f_{+\infty}(x)f_{+\infty}'(x)=\dfrac{1}{2}f_{+\infty}(2x)$，求函数 $f_{+\infty}(x)$ 的解析式.