《浙江省新高考研究卷》数学（四）

第 I 卷

一、单项选择题： 本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的.

1．已知集合 $A=\{y|y=\sin x\}$，$B=\{x|y=\lg(1-x^2)\}$，则 $A\cup B=$

A．R　　B．A　　C．B　　D．$\varnothing$

2．若“$\exists x>0$，$m>x+\frac{1}{x}$”是假命题，则实数 m 的取值范围是

A．$[2,+\infty)$　　B．$(-\infty,2)$　　C．$(0,2]$　　D．$(-\infty,2]$

3．函数 $f(x)=\cos(\sin x)$ 是

A．奇函数　　B．偶函数

C．既奇又偶函数　　D．非奇非偶函数

4．已知复数有运算性质 $|z_1z_2|=|z_1||z_2|$，现复数 z 满足 $z^2+\overline{z}=0$，则 $z^3=$

A．1　　B．i　　C．-1　　D．$-$i

5．若 $\frac{\pi}{3}$ 是函数 $f(x)=\sin x+a\cos x$ 的导数 $f'(x)$ 的零点，则 $\frac{\pi}{3}$ 是函数 $f(x)$ 的

A．零点　　B．极小值点　　C．极大值点　　D．以上均不对

6．设 F_1,F_2 为椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右焦点，A 为椭圆 C 的上顶点，点 B 在椭圆 C 上且在 x 轴上方，若 $AF_1//BF_2$，直线 AB 的斜率为 $-\frac{1}{2}$，则椭圆 C 的离心率为

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

7．已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}\vec{a}^2=\frac{1}{3}\vec{b}^2$，则 $|\vec{a}-x\vec{b}|(x\in\mathrm{R})$ 的最小值为

A．$\frac{\sqrt{6}}{6}|\vec{a}|$　　B．$\frac{\sqrt{30}}{6}|\vec{a}|$　　C．$\frac{\sqrt{6}}{6}|\vec{b}|$　　D．$\frac{\sqrt{30}}{6}|\vec{b}|$

8．设函数 $f(x)=\ln(mx+1)-\frac{x}{x+1}$，若 $f(x)\geq 0$ 恒成立，则实数 m 的取值集合是

A．$\{1\}$　　B．$[1,+\infty)$　　C．$(0,1]$　　D．$[0,1)$

二、多项选择题： 本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9．根据变量 x,y 的 8 个样本点，计算得相关系数 $r\approx 0.96$，则

A．变量 x,y 有较强的相关性

B．变量 y 与 x 不一定正相关

C．变量 x,y 的经验回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中的 $\hat{b}>0$

D．变量 x,y 的样本中心一定在经验回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 所在的直线上

10．在ΔABC中，若$\sin A=\cos B$，则

A．ΔABC可能是直角三角形

B．ΔABC可能是锐角三角形

C．ΔABC可能是钝角三角形

D．若$\dfrac{\cos A}{\cos C}$有意义，则$\dfrac{\cos A}{\cos C}<-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

11．设等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，下列关于首项a_1和公比q的条件中，S_n一定取到最小值的有

A．$a_1>0$且$q>0$

B．$a_1>0$且$q<0$

C．$a_1<0$且$q>0$

D．$a_1<0$且$-1<q<0$

第Ⅱ卷

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.

12．设$k=\sin 2\alpha$，若$-2\le k+\dfrac{1}{k}<0$，则$\tan\alpha=$____▲____.

13．写出一个n的值____▲____，使$(\sqrt{3}x+\sqrt[3]{3})^n$的展开式中至少有两项是整系数项.（若写出多个答案，以第一个答案为准）

14．设点O是三棱锥$P-ABC$外接球的球心，直线l过点P与底面ABC平行，直线l与球O交于另一点Q，已知当$l//AB$时，PQ的长取最大值，若球O的半径为5，直线l与底面ABC的距离为7，$AB+PQ$的最大值为14，则当PQ的长取最大值时的最小值为____▲____.

四、解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.（本小题13分）一种电子游戏：在平面直角坐标系中，当时间$t=0$时，点M在原点处，每经过1秒，点M向右或向上移动1个单位，每次向右移动的概率是$\dfrac{1}{3}$、向上移动的概率是$\dfrac{2}{3}$.

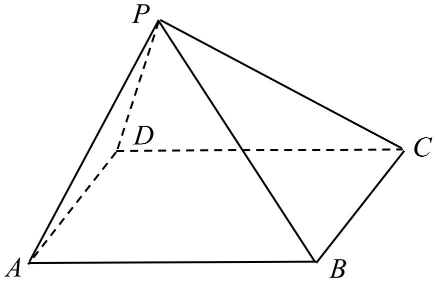
（1）求点M过点$(3,2)$的概率；

（2）当$t=7$时，点M在点$Q(a,b)$处的概率最大，求点Q的坐标.

16.（本小题15分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是平行四边形，$PA=PC$，平面$PAC\perp$平面PBD.

（1）求证：底面$ABCD$是菱形；

（2）设O为底面$ABCD$的中心，若$\triangle POD$是边长为2的正三角形，$OA=4$，求二面角$P-AB-D$大小的余弦值.



第16题图

17．（本小题 15 分）设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若存在 $m\in\mathbf{N}$ 且 $m\geq 9$，使得 $S_m-S_{m-8}=15$ 成立.

（1）若 $a_m=1$，求数列 $\{a_n\}$ 的公差；

（2）若 $S_8=1$，求数列 $\{a_n\}$ 的首项 a_1 的最小值.

18．（本小题 17 分）设函数 $f(x)=\mathrm{e}^{ax}+\dfrac{1}{x+b}$.

（1）当 $a=b=1$ 时，求 $f(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上的最小值；

（2）当 $b=0$ 时，若 $f(x)\leq 0$ 在 $(-\infty,0)$ 上恒成立，求实数 a 的最小值；

（3）当且仅当 $x\in(-\infty,1)$ 时，$f(x)\leq 0$ 恒成立，求实数对 (a,b) 的取值集合.

19.（本小题 17 分）设 F 为双曲线 $C:\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$ 的右焦点，过点 F 的直线交双曲线 C 的右支于 P,Q 两点.

（1）若直线 PQ 的斜率 k 为负，求 k 的取值范围；

（2）设 $A(1,0)$，

①若 $PF=2QF$，求 $\frac{AP}{AQ}$ 的值；

②求证：$\sqrt{3}<\tan\frac{\angle PAQ}{2}\le 2$.