《浙江省新高考研究卷》数学（三）

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．$\dfrac{5}{2\mathrm{i}-1}$的共轭复数的虚部为

A．2　　B．2i　　C．-2i　　D．-2

2．集合$A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\},B=\{x\in\mathbf{N}\mid x<3\}$，则$A\cap B=$

A．$\{x|x\geqslant -1\}$　　B．$\{x|-1\leqslant x<1\}$　　C．$\{-1,0,1\}$　　D．$\{0,1,2\}$

3．已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，若满足$S_5=S_{12}$，则下列各式正确的是

A．$a_6=0$　　B．$a_7=0$　　C．$a_8=0$　　D．$a_9=0$

4．已知$(1-2x)^n$的二项式系数之和为 32，则x^3的系数为

A．80　　B．-80　　C．40　　D．-10

5．已知$m>0,n>0$，且$2m(1-n)+n=0$，则$2m+n$的最小值为

A．2　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．4　　D．9

6．已知$\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)-\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$，则$\cos\left(2\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)$的值为

A．$-\dfrac{7}{25}$　　B．$-\dfrac{19}{25}$　　C．$\dfrac{19}{25}$　　D．$\dfrac{7}{25}$

7．在双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的两条渐近线上各取一点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)(x_1<0,x_2>0)$，线段 AB 中点为$P(1,\sqrt{3})$，且$2y_1-y_2=0$，则双曲线离心率为

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

8．已知$f(x)$是定义域为$(0,+\infty)$的单调函数，且$f[f(x)-\ln x]=\mathrm{e}+1$，令$g(x)=xf(x)$，则下列关于$g(x)$说法正确的是

A．有极小值，无极大值　　B．有极大值，无极小值

C．无极小值，无极大值　　D．有极小值和极大值

二、选择题：本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9．在$\triangle ABC$中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，则下列选项中正确的有

A．若$\sin A>\sin B$，则$a>b$

B．若$\sin 2A=\sin 2B$，则$\triangle ABC$为等腰三角形或直角三角形

C．若$a=6$，$A=30^\circ$，则$\triangle ABC$的外接圆半径为 6

D．若$\triangle ABC$为锐角三角形，且$a>b$，则$\sin(A-B)>\sin C$

10．半径为 R 的球内接一个直圆柱，且圆柱的轴线与球的直径重合．设圆柱的高为 h，底面半径为 r，则

A．$r^2+h^2=R^2$

B．当圆柱体积取得最大值时，$h:R=2:\sqrt{3}$

C．该圆柱的侧面积最大值等于球的表面积的一半

D．对于任意这样的内接圆柱，都有 $\dfrac{V_{圆柱}}{V_{球}}\leqslant\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

11．已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1、F_2，点 P 为椭圆上一点，且满足 $\dfrac{1}{|PF_1|}+\dfrac{1}{|PF_2|}=\dfrac{1}{b}$．过点 P 作椭圆的切线 l，切线 l 与 x 轴交于点 T．则下列选项中正确的是

A．点 P 坐标为 $(0,\pm b)$

B．$|PF_1|\cdot|PF_2|=2ab$

C．$|TF_1|\cdot|TF_2|=a^2$

D．该椭圆离心率的取值范围为 $\left[\dfrac{\sqrt{3}}{2},1\right)$

第Ⅱ卷

三、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．

12．过 $P\left(\sqrt{2},1\right)$ 作直线与圆 $x^2+y^2=6$ 交于 A，B 两点，则 $|AB|$ 的最小值为__▲__．

13．一次掷两枚骰子，若两枚骰子点数之和小于 5，则称这是一次幸运试验．现进行 3 次试验，则恰出现 2 次幸运试验的概率为__▲__．

14．已知正实数 x，y 满足 $\left(2+\sqrt{x^2+4}\right)\left(\sqrt{9y^2+1}-3y\right)=x$，则 $y^2\ln x$ 的最大值为__▲__．

四、解答题：本大题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（13 分）

在 $\triangle ABC$ 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，$2b\cos A\cos C+2c\cos A\cos B-a=0$．

（1）求 A;

（2）已知 $a=2$，求 $\triangle ABC$ 的面积的最大值．

16．（15 分）

某学校将每周课后学习数学超过 6 小时的同学称为“数学迷”，现进行调查统计，随机抽取了 50 名同学的统计数据如下表：

性别	统计结果		合计
	非数学迷	数学迷	
男生	2	28	30
女生	6	14	20
合计	8	42	50

（1）能否有 90%的把握认为“数学迷”与性别有关？

（2）用样本估计总体，频率估计概率．现等可能地从男、女生中抽取一个性别，然后再从选好的性别中随机抽取 1 名学生的统计结果，已知抽出的学生是“数学迷”，求这名学生是女生的概率．

附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$ ．

α	0.1	0.01	0.001
x_α^2	2.706	6.635	10.828

17．（15 分）

如图 1 所示，在等腰梯形 $ABCD$，$BC//AD$，$CE\perp AD$，垂足为 E，$AD=3BC=3$，$EC=1$，将 $\triangle DEC$ 沿 EC 折起到 $\triangle D_1EC$ 的位置，使得平面 $D_1EC\perp$ 平面 $ABCE$，如图 2 所示．

（1）求证：$AE\perp CD_1$；

（2）在棱 AD_1（不包括端点）上是否存在点 G，使直线 BG 与平面 D_1BC 的夹角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{22}}{11}$，若存在，求出 $\dfrac{AG}{AD_1}$ 的值，若不存在，请说明理由．

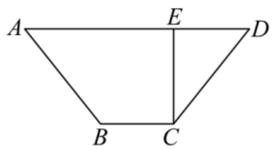

图1

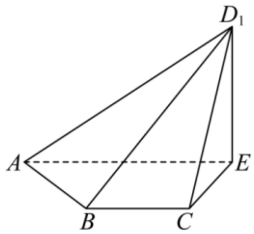

图2

18．（17 分）

已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$上的点到其右焦点 F 的最小距离为 2，离心率为$\dfrac{1}{2}$.

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）设椭圆的左、右顶点分别为 A，B，过点 F 的直线 l 与椭圆 C 分别交于 P，Q 两点（异于 A，B）.

①试问 x 轴上是否存在定点 R，使得 $\overrightarrow{RP}\cdot\overrightarrow{RQ}$ 为定值？若存在，求出该定点坐标；若不存在，请说明理由.

②若直线 AP 与直线 BQ 交于点 M，证明：点 M 在一条定直线上.

19．（17 分）

已知函数 $f(x)=x\ln x$.

（1）求 $f(x)$ 的最小值；

（2）证明不等式：$\dfrac{2\left(\sqrt{x}-1\right)}{x}\leqslant\ln x\leqslant x-1$；

（3）设参数 m 满足$-\dfrac{1}{4}\leqslant m\leqslant 0$，直线 $y=m$ 与函数 $y=f(x)$ 的两个交点横坐标分别为 x_1，x_2．证明：$\sqrt{1+4m}<\left|x_1-x_2\right|<\left(1+\dfrac{m}{2}\right)^2$.