《浙江省新高考研究卷》数学（一）

第 I 卷

一、单项选择题： 本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的．

1．$(1+2x)^5$ 的展开式的二项式系数和为

A．16　　B．32　　C．64　　D．243

2．已知集合 $A=[-1,1]$，$B=\{y|y=2\cos^2 x-\sin^2 x\}$，则 $A\cap B=$

A．$[-1,1]$　　B．$[-1,2]$　　C．$[-1,0]$　　D．$[0,1]$

3．已知复数 z 满足 $z-\overline{z}=2\mathrm{i}$，$z^2$ 为纯虚数，则 $z\cdot\overline{z}=$

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．2　　D．$\pm\sqrt{2}$

4．记多面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为 M，则"M 为正四棱柱"是"M 为长方体"的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分又不必要条件

5．已知偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x)>0$ 且 $f(x)f(x+2)=2$，则 $f(2025)=$

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．2　　D．4

6．在△ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}^2$，$c=\sqrt{2}a$，则 B=

A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　D．$\frac{3\pi}{4}$

7．用 $1,2,3,4,5,6$ 这六个数字随机排成一行，数字 $1,2,3$ 在数字 4 的左边的概率为

A．$\frac{1}{12}$　　B．$\frac{1}{9}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{3}$

8．设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积为 T_n，若 $a_{n+1}(a_n)^{(-1)^n}=2^n$，则下列积与 a_1 无关的是

A．T_{62}　　B．T_{66}　　C．T_{68}　　D．T_{70}

二、多项选择题： 本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9．若随机事件 A,B 满足 $P(A)=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{1}{3}$，则由下列条件能够判断 A,B 独立的有

A．$P(AB)=\frac{1}{6}$　　B．$P(A|B)=\frac{1}{2}$

C．$P(A+B)=\frac{5}{6}$　　D．$P(A+B)=\frac{2}{3}$

10．将圆 $x^2+y^2=16$ 上各点的横坐标不变，纵坐标变成原来的 $k(k\neq1)$ 倍，得到曲线 C，则

A．曲线 C 不一定是椭圆

B．当 $k>1$ 时，曲线 C 的焦点在 x 轴上

C．若曲线 C 的焦点在 x 轴上，则 $|k|<1$ 且 $k\neq0$

D．若 $|k|\neq0$ 且 $|k|\neq1$，当 $|k|$ 变大时，曲线 C 的离心率变大

11．设 $p=\mathrm{e}^a+\ln b$，$q=\mathrm{e}^b+\ln c$，$r=\mathrm{e}^c+\ln a$，若 $b^2=ac$ 且 $a>b>c$，则下列不等关系可能成立的有

A．$p>q>r$　　B．$p=r>q$

C．$r>p>q$　　D．$r>q>p$

第Ⅱ卷

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．

12．若直线 $y=2x-1$ 与 $y=2x+m$ 的距离为 $\sqrt{5}$，则实数 $m=$__▲__．

13．已知函数 $f(x)=x^2-2x\sin 2\alpha+1$ 有零点，则 $\tan\alpha$ 的取值集合为__▲__．

14．在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，$AD//BC$，$PA=AB=BC=1$，设平面 $PAD\cap$ 平面 $PBC=l_1$，平面 $PAB\cap$ 平面 $PCD=l_2$，若 $l_1\perp l_2$，直线 l_3 过点 C 且 $l_3//AB$，则直线 l_3 被三棱锥 $P-ABC$ 的外接球截得的弦长为__▲__．

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（本小题 13 分）某学生根据变量 x,y 的 14 个样本数据，计算得到样本相关系数 $r\approx 0.98$，说明变量 x,y 的相关性很强．为此，他还想求 y 关于 x 的经验回归方程，由于疏忽，运算过程中部分数据丢失，他还有 $\overline{y}\approx 27$，$\sum_{i=1}^{14}y_i^2\approx 10647$，$\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}\approx 42$，以及经验回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中的 $\hat{a}\approx 3$．请根据相关公式，完成下列问题．

（1）求经验回归方程中的 $\hat{b}$；

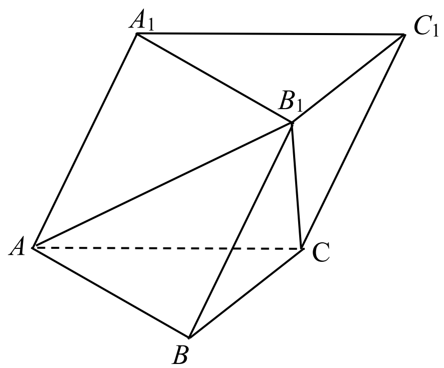
（2）求这 14 个样本数据的样本中心．（相关数据保留两位小数）

参考公式：$r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}y_i^2-n\overline{y}^2}}$，$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$．

16．（本小题 15 分）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\triangle AB_1C$ 是边长为 2 的正三角形，$\triangle ABC$ 是以 AC 斜边的等腰直角三角形．

（1）当 $AA_1=2$ 时，求证：平面 $AB_1C\perp$ 平面 ABC；

（2）当 $AA_1=\sqrt{2}$ 时，求直线 AB_1 与平面 ACC_1A_1 所成角的大小．



第 16 题图

17．（本小题 15 分）在$\triangle ABC$中，内角A,B,C的对边分别为a,b,c，$c>b$，AD为$\triangle ABC$的角平分线，交BC于点D，延长AD至点P，使得$BP=CP$．

（1）求证：$\angle ABP+\angle ACP=\pi$；

（2）若$a=2$，$BP\perp CP$，且$AD=\dfrac{\sqrt{3}}{2}DP$，求AP的长．

18．（本小题 17 分）设$P(3,2)$为抛物线$E:y^2=2px(p>0)$内一点，过点P作抛物线E的准线的垂线，垂足为H，PH交抛物线E于点Q，$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{QH}$且$|PQ|>2$．

（1）求抛物线E的方程；

（2）过点P作直线l_1,l_2，分别交抛物线E于点A,B和点C,D（点A,C在x轴上方），已知l_1,l_2的倾斜角互补．

①若$\sqrt{7}|AB|=\sqrt{3}|CD|$，求直线$l_1,l_2$的斜率之积；

②设直线l_1的斜率为k，四边形$ACBD$面积为S，求证：$k^2S\geq 64\sqrt{5}$．

19.（本小题 17 分）设 $f(x)=\dfrac{1}{m-x-x^{2}-x^{3}}$（$m\in\mathbf{R}$），已知数列$\{a_n\}$满足 $f(x)=\sum_{n=1}^{+\infty}a_nx^{n-1}$ 对任意 $\forall x\in R$ 都成立，且 $a_1=1$．

（1）求实数 m 的值；

（2）求满足 $a_k=k^2$ 的正整数 k 的取值集合；

（3）求证：当 $n\geq 3$ 时，$3a_n<a_{n+2}<2a_{n+1}$．