

2018学年第一学期杭州市高三年级教学质量检测
数学试题卷

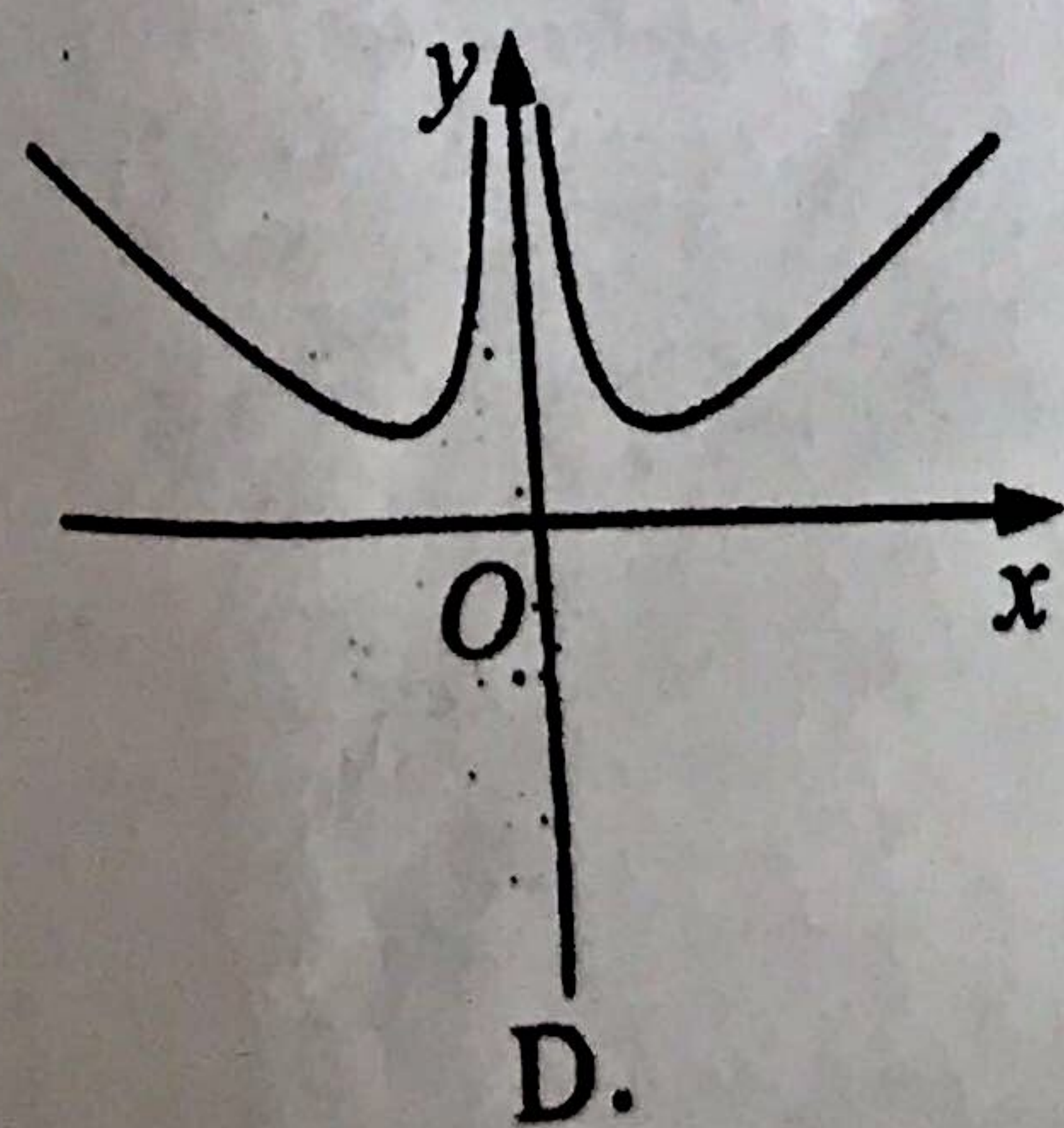
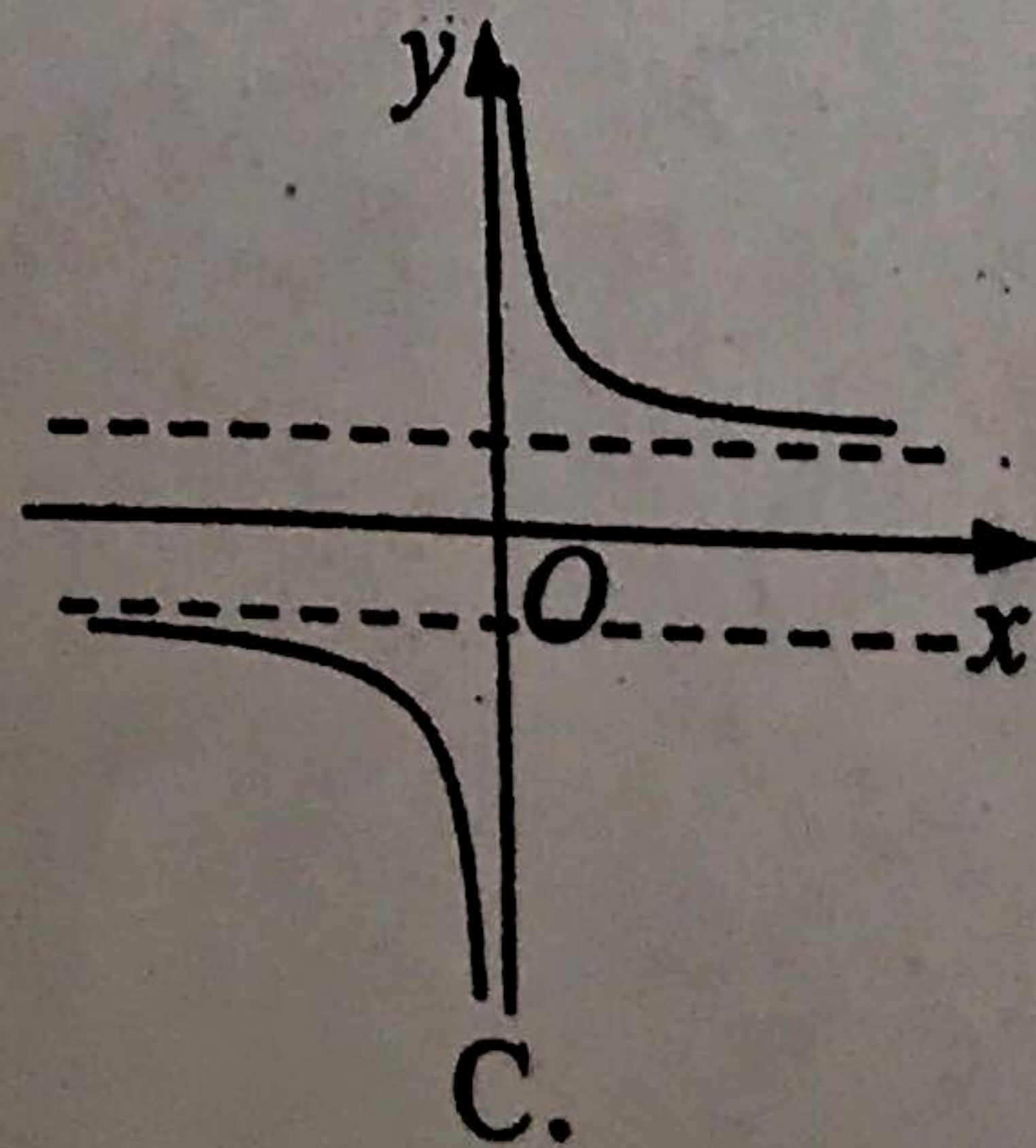
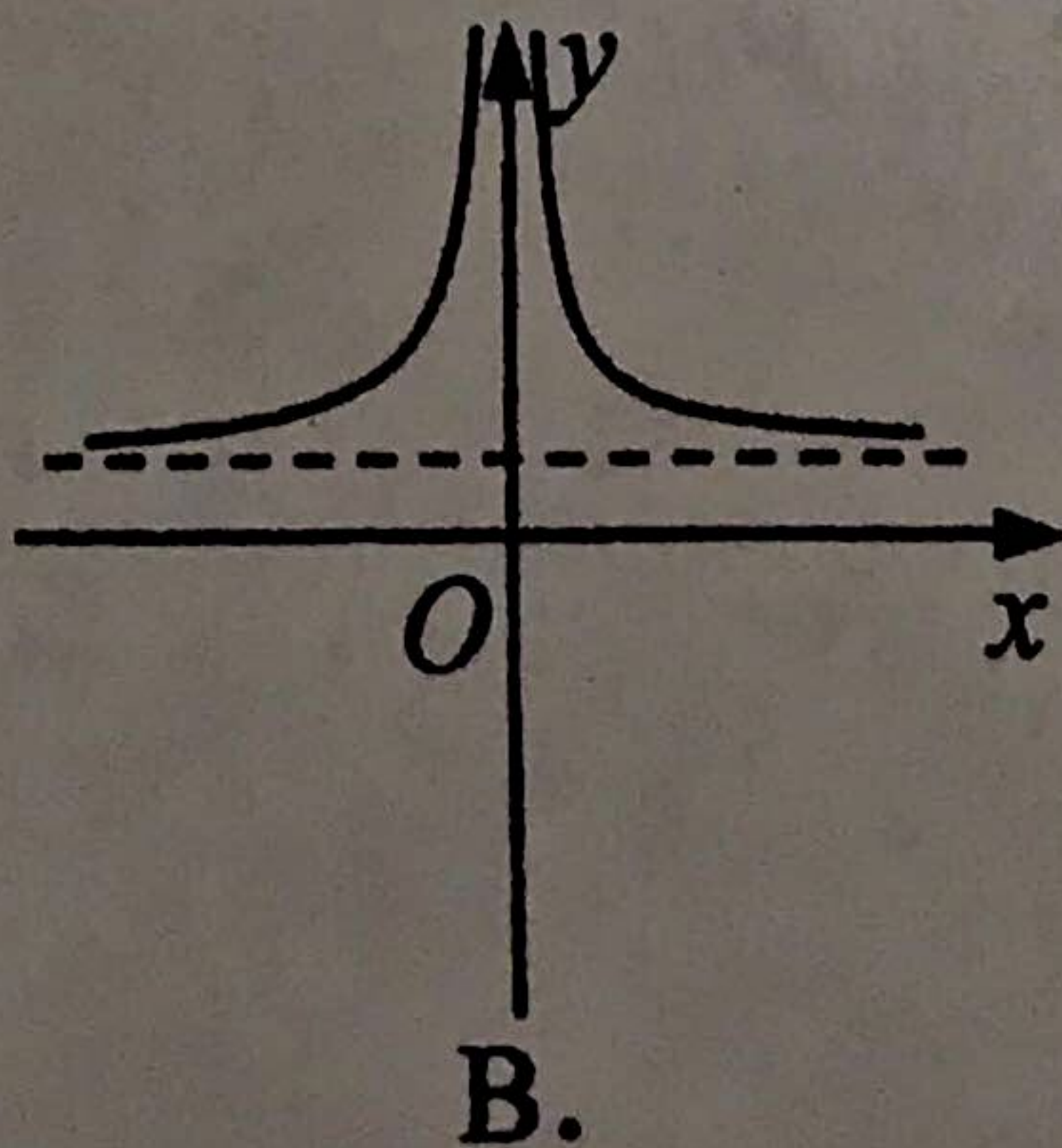
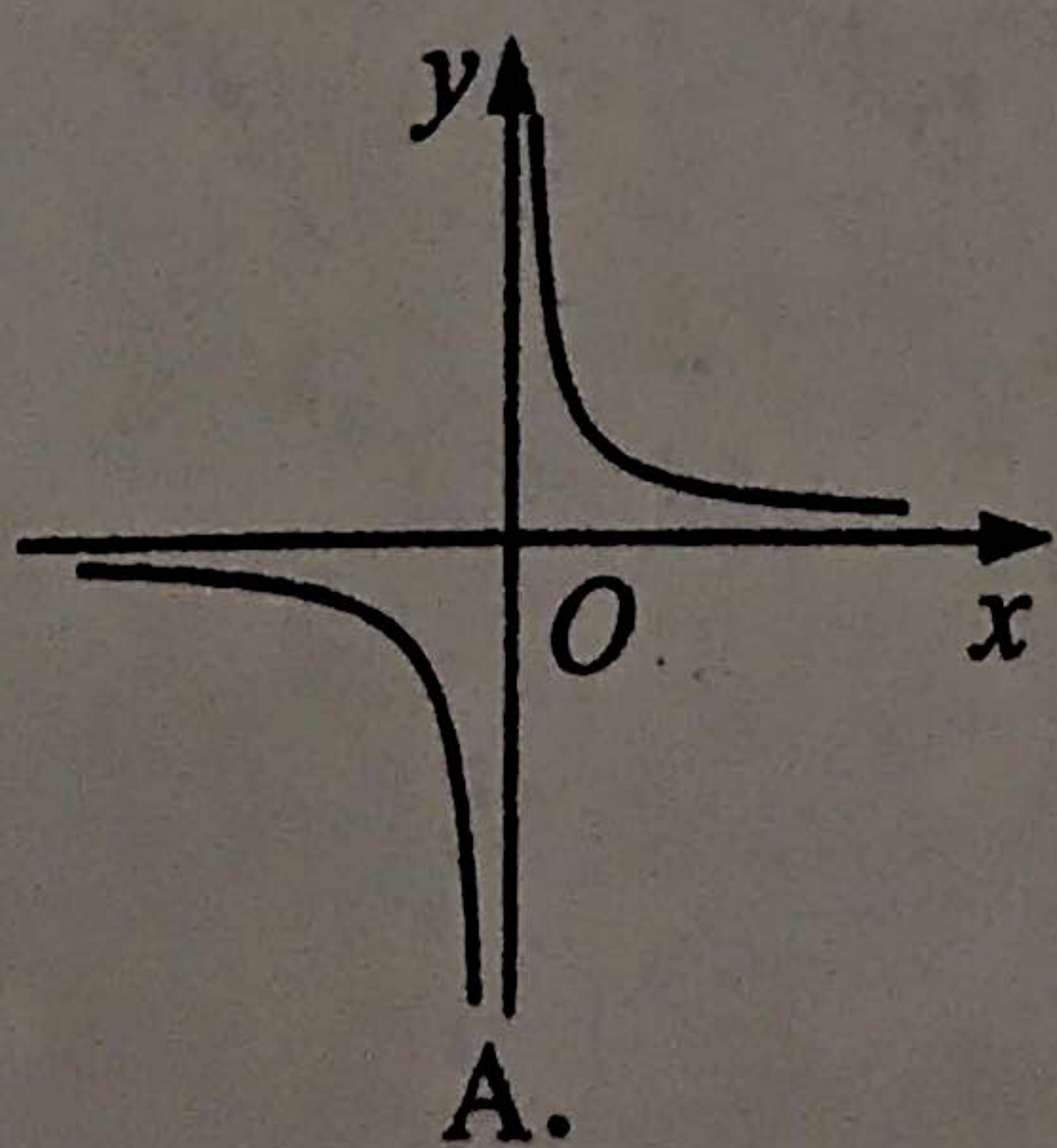
考生须知：

1. 本试卷分试题卷和答题卷两部分，满分150分，考试时间120分钟。
2. 请用黑色字迹的钢笔或签字笔在答题卡指定的区域（黑色边框）内作答，超出答题区域的作答无效！
3. 考试结束，只需上交答题卡。

选择题部分（共40分）

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. \emptyset B. $\{1\}$ C. $\{2\}$ D. $\{1, 2\}$
2. 椭圆 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的离心率等于 ()
 A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ D. $\sqrt{5}$
3. 设 $x \in \mathbb{R}$, 则“ $x > 2$ ”是“ $|x| > 2$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 设复数 z 满足 $z(1-2i) = 2+i$ (其中 i 是虚数单位), 则 $|z| =$ ()
 A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. 1
5. 函数 $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ (其中 e 为自然对数的底数) 的图象可能是 ()



6. 已知正三角形 ABC 的边长为 2, 设 $\overline{AB}=2a, \overline{BC}=b$, 则 ()
 A. $|a+b|=1$ B. $a \perp b$ C. $a \cdot b=1$ D. $(4a+b) \perp b$
7. 已知函数 $f(x)$ ($x \in \mathbf{R}$) 的周期为 T ($T > 0$), 且在 $(0, T)$ 上单调, 则 ()
 A. $f(x^2)$ 是周期函数, 且在 $(0, \sqrt{T})$ 上单调
 B. $f(x^2)$ 不是周期函数, 且在 $(0, \sqrt{T})$ 上单调
 C. $f(x^2)$ 是周期函数, 且在 $(0, T^2)$ 上单调
 D. $f(x^2)$ 不是周期函数, 且在 $(0, T^2)$ 上单调
8. 设 $\theta \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$, 随机变量 ξ 的分布列如下表所示, 则 $E\xi$ ()

ξ	1	2	3
p	$\frac{1}{2} \sin^2 \theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cos^2 \theta$

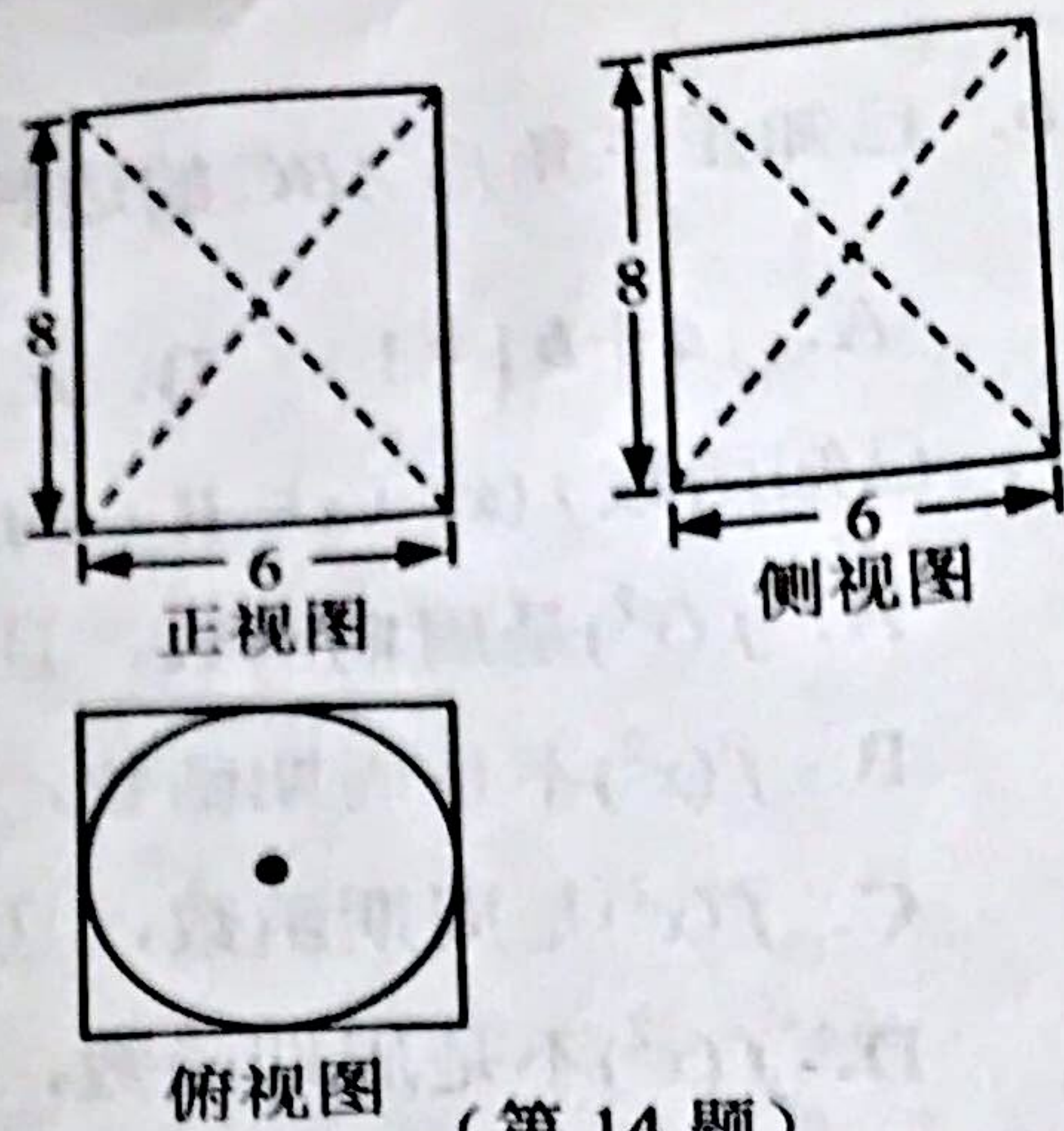
- A. 有最大值 $\frac{5}{2}$, 最小值 $\frac{3}{2}$
 B. 有最大值 $\frac{9}{4}$, 最小值 $\frac{7}{4}$
 C. 有最大值 $\frac{9}{4}$, 无最小值
 D. 无最大值, 有最小值 $\frac{7}{4}$
9. 设 $a < 0$, 不等式 $(3x^2+a)(2x+b) \geq 0$ 在 (a, b) 上恒成立, 则 $b-a$ 的最大值为 ()
 A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$
10. 设函数 $f(x) = \sin(2x+\varphi) + \cos^2 x$. 记 $f(x)$ 的最大值为 $M(\varphi)$, 最小值为 $m(\varphi)$, 则 ()
 A. 存在 $\varphi \in \mathbf{R}$, 使得 $M(\varphi) + m(\varphi) = \pi$
 B. 存在 $\varphi \in \mathbf{R}$, 使得 $M(\varphi) - m(\varphi) = \pi$
 C. 存在 $\varphi \in \mathbf{R}$, 使得 $|M(\varphi) \cdot m(\varphi)| = \pi$
 D. 存在 $\varphi \in \mathbf{R}$, 使得 $\left| \frac{M(\varphi)}{m(\varphi)} \right| = \pi$

非选择题部分 (共 110 分)

二、填空题: 本大题共 7 小题, 多空题每题 6 分, 单空题每题 4 分, 共 36 分.

11. 设 $a = \log_2 3, b = \log_3 8$, 则 $2^a = \underline{\hspace{2cm}}$, $ab = \underline{\hspace{2cm}}$.
12. 设 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的三边长. 若 $a=3, b=5, c=7$, 则 $\cos C = \underline{\hspace{2cm}}$,
 $\triangle ABC$ 的外接圆半径等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.
13. 若双曲线 $M: x^2 - \frac{y^2}{m} = 1$ 的离心率小于 $\sqrt{2}$, 则 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$;
 若 $m=2$, 双曲线 M 的渐近线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 某几何体的三视图如图所示(单位: cm), 则该几何体的体积是_____ cm^3 ; 表面积是_____ cm^2 .



15. 若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x+y \geq 2, \\ 2x-y \leq 4, \\ x-y \geq 0, \end{cases}$ 则 $2x+3y$

的最小值等于_____.

16. 若函数 $f(x) = \sqrt{a-x} + \sqrt{a+x} - a$ ($a \neq 0$) 存在零点, 则 a 的取值范围是_____.

17. 设 O 为 $\triangle ABC$ 的外接圆圆心. 若存在正实数 k , 使得 $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$, 则 k 的取值范围为_____.

三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18. (本题满分 14 分) 已知 $f(x) = \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x$ ($x \in \mathbb{R}$).

(I) 求 $f(\frac{5\pi}{6})$ 的值.

(II) 若 $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$, 求函数 $f(x)$ 的取值范围.

19. (本题满分 15 分) 设函数 $f(x) = \frac{|x-1|}{x-2} - k(x-1)^2$.

(I) 若 $k=1$, 解方程 $f(x)=0$.

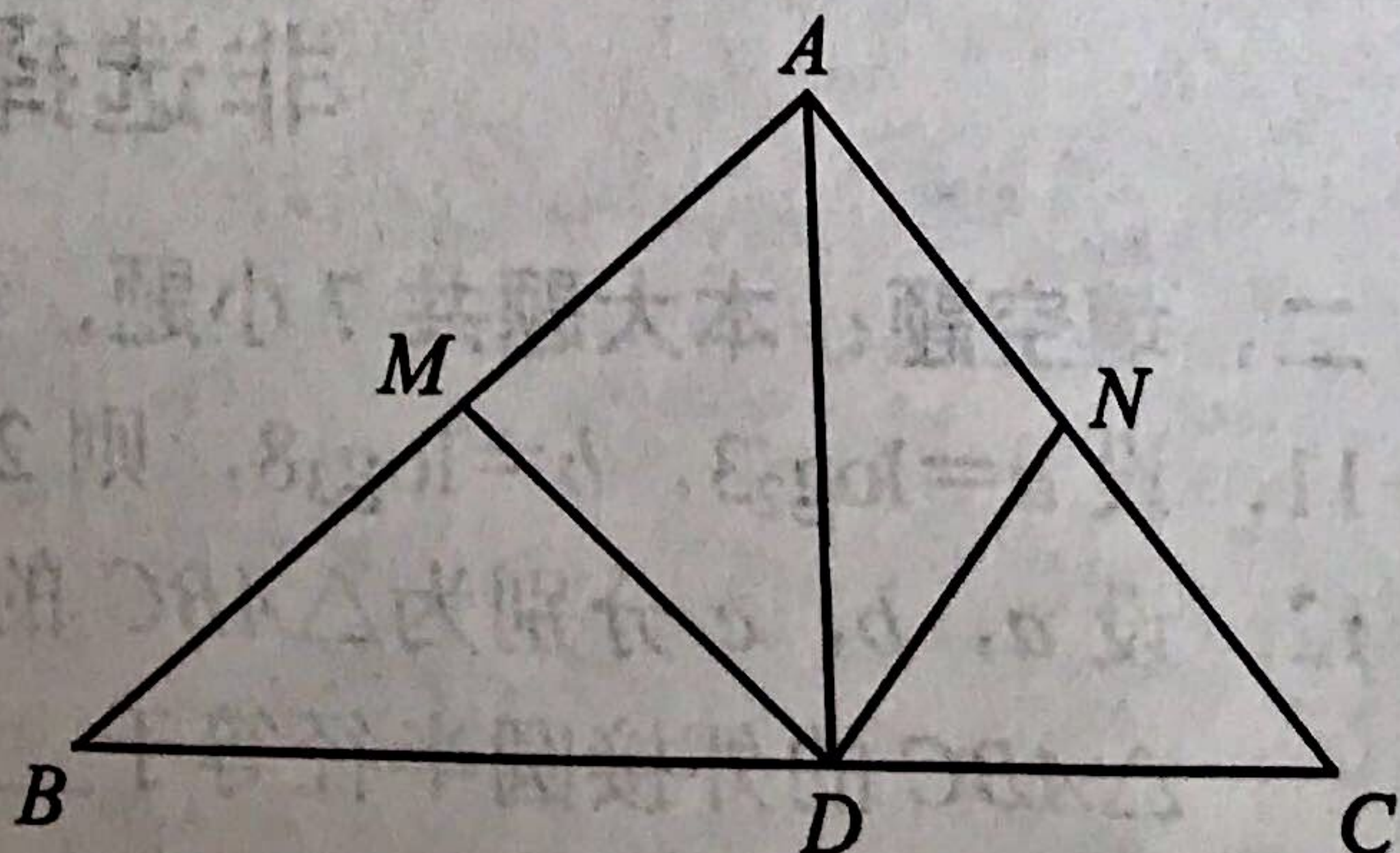
(II) 若关于 x 的方程 $f(x)=0$ 有四个不同的解, 求 k 的取值范围.

20. (本题满分 15 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=8, AC=6, AD \perp BC$, M, N 分别为 AB, AC 的中点.

(I) 若 $\overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{DN} = -6$, 求 $|BC|$.

(II) 若 $\frac{\overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{DB}}{|\overrightarrow{DB}|} + \frac{\overrightarrow{DN} \cdot \overrightarrow{DC}}{|\overrightarrow{DC}|} = 5$, 求 $\angle BAC$ 的

大小.



(第 20 题图)

21. (本题满分 15 分) 设公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $S_6 = 60$, a_6 为 a_1 和 a_{21} 的等比中项.

- (I) 求 a_n 和 S_n .
- (II) 设数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_{n+1} - b_n = a_n$. 若 $b_1 = 3$, 求数列 $\left\{\frac{1}{b_n}\right\}$ 的前 n 项和 $T_n (n \in \mathbb{N}^*)$.

(本题满分 15 分) 已知函数 $f(x) = x^2 + ax + \ln x, a \in \mathbb{R}$.

- (I) 若函数 $f(x)$ 存在两个极值,
- (i) 求 a 的取值范围;
- (ii) 证明: 函数 $f(x)$ 存在唯一零点.
- (II) 若存在实数 x_1, x_2 , 使 $f'(x_1) + f'(x_2) = 0$, 且 $x_2 < x_1 < 2x_2$, 求 $f(x_1) - f(x_2)$ 的取值范围.

1. 集合 $A = \{1, 2\}, B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 2\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. \emptyset
B. $\{1\}$
C. $\{2\}$
D. $\{1, 2\}$

2. 椭圆 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的离心率等于 ()

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
D. $\sqrt{2}$

3. 设 $x \in \mathbb{R}$, 则 " $x > 2$ " 是 " $|x| > 2$ " 的 ()

A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

4. 设 $z = (1 - 2i)^i$ (其中 i 是虚数单位), 则 $|z| =$ ()

A. $\frac{1}{2}$
B. $\frac{3}{2}$
C. $\frac{4}{2}$
D. 1

2. 函数 $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ (其中 e 为自然对数的底数) 是奇函数还是偶函数? ()