2017 学年第一学期浙江“七彩阳光”联盟期中联考

高三年级数学学科　参考答案

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1.答案 B 。解：$\because a+bi=-1+i$，　$\therefore a+2b=1$。

2.答案 A. 解：　$\because M=\{y|0<y<4\}, N=\{x|-1<x<3\}$，$\therefore M\bigcap N=\{x|0<x<3\}$

3. 答案 A。解析：若 $\log_2 a+\log_2 b\ge\log_2(a+b)$，则 $ab\ge a+b$ 。又 $a>0,b>0$，

则有 $ab\ge a+b\ge 2\sqrt{ab}$，即有 $ab\ge 4$，故充分性成立；

若 $a=4,b=1$，满足 $ab\ge 4$，但 $\log_2 a+\log_2 b=2$， $\log_2(a+b)=\log_2 5>2$，

即 $\log_2 a+\log_2 b\ge\log_2(a+b)$ 不成立，故必要性不成立，故选 A.

4.答案 D.解：所取 3 个球中没有红球的概率是 $p_1=\dfrac{C_4^3}{C_7^3}=\dfrac{4}{35}$，所取 3 个球中恰有 1 个红球的概率是 $p_2=\dfrac{C_3^1C_4^2}{C_7^3}=\dfrac{18}{35}$，则所取 3 个球中至多有 1 个红球的概率是 $p=p_1+p_2=\dfrac{22}{35}$。

5. 答案 C. 解 $\because 2a_8=a_5+a_{11}>0,\therefore a_8>0$，则 $S_{15}=\dfrac{a_1+a_{15}}{2}\times 15=15a_8>0$ 。

又 $a_7+a_8=a_6+a_9<0,\therefore a_7<-a_8<0$，则 $S_{13}=\dfrac{a_1+a_{13}}{2}\times 13=13a_7<0$ 。

而 $S_{14}=\dfrac{a_1+a_{14}}{2}\times 14=7(a_6+a_9)<0$，则满足 $S_n<0$ 的正整数 n 的最大值是 14。

6 答案 A. 解析：$\because (|\vec{a}+\vec{b}|+|\vec{a}-\vec{b}|)^2=|\vec{a}+\vec{b}|^2+2|\vec{a}+\vec{b}|\bullet|\vec{a}-\vec{b}|+|\vec{a}-\vec{b}|^2$

$=\vec{a}^2+2\vec{a}\bullet\vec{b}+\vec{b}^2+2\sqrt{\vec{a}^2+2\vec{a}\bullet\vec{b}+\vec{b}^2}\times\sqrt{\vec{a}^2-2\vec{a}\bullet\vec{b}+\vec{b}^2}+\vec{a}^2-2\vec{a}\bullet\vec{b}+\vec{b}^2$

$=4+2\sqrt{2+2\cos(\alpha-\beta)}\times\sqrt{2-2\cos(\alpha-\beta)}=4+4|\sin(\alpha-\beta)|$。

$\because 0<\alpha-\beta<\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore 4<(|\vec{a}+\vec{b}|+|\vec{a}-\vec{b}|)^2<8$，$\therefore 2<|\vec{a}+\vec{b}|+|\vec{a}-\vec{b}|<2\sqrt{2}$。

7. 答案 C. 解法 1：设点 A 在第一象限，由 $\begin{cases} y=\dfrac{b}{a}x \\ x^2+y^2=c^2 \end{cases}$ 和 $x>0$，得 $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$，即得 $A(a,b)$。

同理得 $B(a,-b)$。$\because \angle AFB=120^\circ$，$\therefore |AB|=\sqrt{3}|AF|$。

即有 $2b=\sqrt{3}\cdot\sqrt{(c-a)^2+b^2}$，得 $3(c-a)^2=b^2=c^2-a^2$。

从而有 $3(c-a)=c+a$，故离心率为 $e=2$。

解法 2：$\because |OA|=|OF|, \angle AFB=120^\circ, \therefore \angle AOF=60^\circ$.

则有 $\dfrac{b}{a}=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$，$\therefore e=\sqrt{1+\dfrac{b^2}{a^2}}=2$.

8.答案 C. 解析：圆的标准方程为 $(x-m)^2+(y-1)^2=16$，则圆心 $C(m,1)$，半径 $r=4$，

$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}r^2 sin\angle ACB=8sin\angle ACB$，$\therefore$ 当 $\angle ACB=90^0$ 时，S 取最大值 8，此时 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，$|AB|=\sqrt{2}r=4\sqrt{2}$，则圆心 C 到 AB 距离 $d=\dfrac{1}{2}|AB|=2\sqrt{2}$，$\therefore 2\sqrt{2}\le|PC|<4$，即 $2\sqrt{2}\le\sqrt{(m-3)^2+2^2}<4$，

$\therefore 8\le(m-3)^2+4<16$，即 $4\le(m-3)^2<12$，

解得 $3-2\sqrt{3}<m\le1$ 或 $5\le m<3+2\sqrt{3}$.

9. 答案 D。

法 1：将 (a,b) 看作直线 $mx-y+m^2+2=0(|m|\ge1)$ 上动点 P 的坐标, 则

$(0,1),(0,+\infty),(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$ 表示原点到点 P 的距离，利用数形结合知

$\sqrt{a^2+b^2}\ge\dfrac{m^2+2}{\sqrt{m^2+1}}$,

所以 $\sqrt{a^2+b^2}\ge\dfrac{m^2+2}{\sqrt{m^2+1}}=\sqrt{m^2+1}+\dfrac{1}{\sqrt{m^2+1}}\ge\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，所以 a^2+b^2 的最小值为 $\dfrac{9}{2}$.

法 2：$\because a^2+b^2=a^2+(ma+m^2+2)^2=(m^2+1)a^2+2m(m^2+2)a+(m^2+2)^2$,

$\therefore a^2+b^2\ge(m^2+2)^2-\dfrac{4m^2(m^2+2)^2}{4(m^2+1)}=\dfrac{(m^2+2)^2}{m^2+1}$，令 $m^2+1=t\ge2$，

则 $\dfrac{(m^2+2)^2}{m^2+1}=\dfrac{(t+1)^2}{t}=t+\dfrac{1}{t}+2\ge\dfrac{9}{2}$，所以 a^2+b^2 的最小值为 $\dfrac{9}{2}$.

10. 答案 A. 解：当 $\dfrac{1}{2}<x\le1$ 时，$f(x)=\dfrac{4x^2}{x+1}$，令 $t=x+1$，则 $\dfrac{3}{2}<t\le2$，

此时 $f(x)=\dfrac{4(t-1)^2}{t}=4(t+\dfrac{1}{t})-8$，因为 $y=4(t+\dfrac{1}{t})-8$ 在区间 $\left|\dfrac{3}{2},2\right|$ 上为增函数，

则 $\dfrac{2}{3}<f(x)\le 2$。又 $0 \quad x \quad \dfrac{1}{2}$ 时，$f(x)=\dfrac{4^x-1}{3-4^x}$，令 $3-4^x=t$，则 $1 \quad t \quad 2$，

则 $f(x)=\dfrac{4^x-1}{3-4^x}=\dfrac{2-t}{t}=\dfrac{2}{t}-1$，因为 $y=\dfrac{2}{t}-1$ 在区间 $\left[1,2\right]$ 上为减函数，

则 $0 \quad f(x) \quad 1$，故函数 $f(x)$ 的值域为 $\left[0,2\right]$。因为 $a>0$，则函数 $g(x)$ 的值域为

$3-2a,3-\dfrac{3}{2}a$ 。依题意有两函数的值域有公共元素，则 $\begin{cases}3-2a\le 2\\ 3-\dfrac{3}{2}a\ge 0\end{cases}$，解得 $\dfrac{1}{2} \quad a \quad 2$。

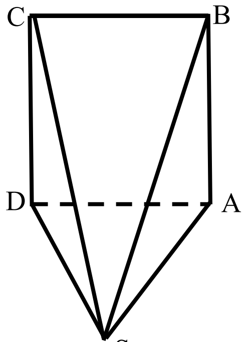
二、 填空题: 本大题共 7 小题, 多空题每小题 6 分, 单空题每小题 4 分,共 36 分.

11. 答案 $\dfrac{4}{5}$，$-\dfrac{7\sqrt{2}}{5}$。解：由 $\sin\alpha=\cos\alpha+\dfrac{1}{5}$，得 $1-2\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{1}{25}$，

即有 $\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{12}{25}$。又 $\alpha\in \quad 0,\dfrac{\pi}{2}$ ，

则 $\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{(\sin\alpha-\cos\alpha)^2+4\sin\alpha\cos\alpha}=\dfrac{7}{5}$。

则 $\sin\alpha=\dfrac{4}{5}$；$\dfrac{\cos 2\alpha}{\sin(\alpha-\dfrac{\pi}{4})}=\dfrac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\sin\alpha-\cos\alpha)}=-\sqrt{2}(\sin\alpha+\cos\alpha)=-\dfrac{7\sqrt{2}}{5}$。



12. 答案 $\dfrac{64}{3}$ ，$24+8\sqrt{5}+8\sqrt{2}$.

解：该几何体是侧放的四棱锥 $S-ABCD$，如图。底面 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形，侧面 $SAD\perp$ 底面 $ABCD$，且等腰三角形 SAD 的底边上的高为 4，从而四棱锥的高为 4，

故几何体的体积为 $V=\dfrac{1}{3} \quad 4^2 \quad 4=\dfrac{64}{3}$。

又 $SA=SD=2\sqrt{5}$，则 $SB=SC=6$。

故表面积为$S=4^2+\frac{1}{2}\quad 4\quad 4+2\quad \frac{1}{2}\quad 4\quad 2\sqrt{5}\quad \frac{1}{2}\quad 4\quad \sqrt{6^2-2^2}$

$=24+8\sqrt{5}+8\sqrt{2}$ 。

13.答案 1，26。解析：令$x=0$，得$a_0=1$；由$1=\left[(x+1)-x\right]^6=(x+1)^6-C_6^1(x+1)^5x$

$+C_6^2(x+1)^4x^2-C_6^3(x+1)^3x^3+C_6^4(x+1)^2x^4-C_6^5(1+x)x^5+x^6$，

得$(x+1)^6+x^6=1+6(x+1)^5x-15(x+1)^4x^2+20(x+1)^3x^3-15(x+1)^2x^4+6(1+x)x^5$ 。

对照已知条件有$a_1=6,a_3=20$，故$a_1+a_3=26$。

14.答案-1，$\left[4,9\right]$。解：因为直线$x+y-3=0$与$x-3y+5=0$交于点$A(1,2)$，而直线$x+my-1=0$过点$(1,0)$，则当$m>0$时，不等式组不能构成可行域。当$m=0$时，可行域为点$A(1,2)$，不合题意。当$-\frac{1}{m}>\frac{1}{3}$，即$-3<m<0$时，不等式组构成的可行域是以$A(1,2)$，$B(\frac{3m-1}{m-1},-\frac{2}{m-1})$，$C(\frac{3-5m}{m+3},\frac{6}{m+3})$为顶点的三角形区域（含边界），过点$C$时，目标函数$z=3x+y$有最大值$\frac{15-15m}{m+3}$，由$\frac{15-15m}{m+3}=15$，得$m=-1$ 。当$0<-\frac{1}{m}\le\frac{1}{3}$，即$m\le-3$时，不等式组构成的可行域是一个开放区域，此时，目标函数$z=3x+y$没有最大值。综合得$m=-1$。

此时，可行域是以$A(1,2),B(2,1),C(4,3)$为顶点的三角形区域（含边界）.

而$z=\min\left\{x+y+2,2x+y\right\}=\begin{cases}x+y+2, & x\ge 2\\ 2x+y, & x<2\end{cases}$，而直线$x=2$把可行域分成以$A(1,2)$，

$B(2,1)$，$D(2,\frac{7}{3})$为顶点的三角形区域，和以$B(2,1),C(4,3),D(2,\frac{7}{3})$为顶点的三角形区域。故只要求$z=2x+y$在三角形$ABD$区域上的范围，$z=x+y+2$在三角形$BCD$区域上的范围.

当平行直线系$2x+y=z$在三角形ABD区域内运动时，得$z=2x+y\in\ 4,\frac{19}{3}$.

当平行直线系 $x+y+2=z$ 在三角形 BCD 区域内运动时，得 $z=x+y+2\in\left[5,9\right]$.

从而有 $z=\min\left\{x+y+2,2x+y\right\}$ 的取值范围是 $\left[4,9\right]$。

15. 答案①②③。解：在①中，$\because m//\ $ ，$\therefore$ 在 内存在直线 $m_1//m$，又 $m\subset\alpha$， $\therefore m_1//\alpha$。$\because m,n$ 是两条异面直线，$\therefore$ 直线 m_1 与 n 是两条相交直线，又 $n//\ $ ，$\therefore\alpha//\beta$，即①正确。由异面直线判定定理知②正确。在③中，$\because m//\ $ ，$\therefore$ 在 内存在直线 $m_1//m$，$\because l\perp m$，$\therefore l\perp m_1$。$\because n//\ $ ，$\therefore$ 在 内存在直线 $n_1//n$，$\because l\perp n$，$\therefore l\perp n_1$。$\because m,n$ 是两条异面直线，$\therefore$ 直线 m_1 与 n_1 是两条相交直线，$\therefore l\perp\alpha$，即③正确。
由直线 $m\perp$ 平面 和 $\alpha\perp\beta$ 知 $m//\ $ 或 $m\subset\beta$，而 n 是 内任一直线，则直线 m 与 n，可能相交，可能平行，还可能异面，故④是错误的。

16. 答案 4。解法 1：由 $f(1+x)=f(1-x)$，得 $f(x+2)=f(-x)$，又函数 $f(x)$ 是奇函数，则有 $f(x+2)=f(-x)=-f(x)$，从而有 $f(x+4)=f(x)$，即 $f(x)$ 是以 4 为周期的函数。又函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，从而其图象又关于直线 $x=-1$ 对称，由周期性知函数图象关于直线 $x=2k+1,k\in Z$ 对称。由题意知函数 $f(x)$ 在区间 $\left[0,1\right]$ 是增函数，其值域为 $\left[0,1\right]$，此时方程 $f(x)=-\dfrac{1}{2}$ 无解，由对称性知函数 $f(x)$ 在区间 $\left[1,2\right]$ 是减函数，其值域为 $\left[0,1\right]$，此时方程 $f(x)=-\dfrac{1}{2}$ 也无解。由函数图象关于原点对称知方程 $f(x)=-\dfrac{1}{2}$ 在区间 $\left[-2,-1\right]$ 和 $\left[-1,0\right]$ 上各有一根，由对称性知两根之和为 -2。由周期性知方程 $f(x)=-\dfrac{1}{2}$ 在区间 $\left[2,3\right]$ 和 $\left[3,4\right]$ 上各有一根，由对称性知两根之和为 6。在区间 $\left[4,6\right]$ 上方程 $f(x)=-\dfrac{1}{2}$ 无解，故在区间 $\left[-2,6\right]$ 上共有 4 个根，其和为 4.

解法 2：作出函数 $f(x)$ 在区间 $\left[0,1\right]$ 上的图象，由函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，可得函数 $f(x)$ 在区间 $\left[1,2\right]$ 上的图象，再由奇函数性质知图象关于原点对称，得函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-2,0\right]$ 上的图象，又由对称性得函数 $f(x)$ 在区间 $\left[3,4\right]$ 上的图象，这样反复利用

点对称和轴对称，可得出函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-2,6\right]$ 上的图象，再作出函数 $y=-\dfrac{1}{2}$ 的图象，得到 4 个交点，由对称性得方程 $f(x)=-\dfrac{1}{2}$ 在区间 $\left[-2,6\right]$ 上共有 4 个根，其和为 4.

17. 答案 55. 解法 1： $\because a<b<c, 2\le c-b\le 6$ ，$\therefore c\ge 4$.

当 $c=4$ 时，有 $a=1,b=2$ ，则集合 A 的个数为 $C_2^2=1$ ；

当 $c=5$ 时， $a,b\in\left\{1,2,3\right\}$ ，则集合 A 的个数为 $C_3^2=3$ ；

当 $c=6$ 时， $a,b\in\left\{1,2,3,4\right\}$ ，则集合 A 的个数为 $C_4^2=6$ ；

当 $c=7$ 时， $a,b\in\left\{1,2,3,4,5\right\}$ ，则集合 A 的个数为 $C_5^2=10$ ；

当 $c=8$ 时， $a,b\in\left\{1,2,3,4,5,6\right\}$ ，则集合 A 的个数为 $C_6^2=15$ ；

当 $c=9$ 时， $a,b\in\left\{1,2,3,4,5,6,7\right\}$ ，且 $a=1,b=2$ 时，不符合.

则集合 A 的个数为 $C_7^2-1=20$ ；

故总共有 $1+3+6+10+15+20=55$ 。

解法 2：从集合 $\left\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\right\}$ 任取三个不同的数，共有 $C_9^3=84$ 个.

而 $1\le c-b\le 7$ ，故需减去 $c-b=1$ 和 $c-b=7$ 的集合的个数.

若 $c-b=1$，则有以下情形：

$b=2,c=3$ 时，集合的个数为 1； $b=3,c=4$ 时，集合的个数为 2；

$b=4,c=5$ 时，集合的个数为 3； $b=5,c=6$ 时，集合的个数为 4；

$b=6,c=7$ 时，集合的个数为 5； $b=7,c=8$ 时，集合的个数为 6；

$b=8,c=9$ 时，集合的个数为 7；集合的个数共有 $1+2+3+4+5+6+7=28$.

若 $c-b=7$ ，只有 $a=1,b=2,c=9$ ，即集合的个数为 1.

总共有 $84-28-1=55$ ，则集合 A 的个数为 55.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

18.解：（Ⅰ）$\because f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x-\cos^2 x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\dfrac{1+\cos 2x}{2}=\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})-\dfrac{1}{2}$，

…………………………4 分

$\therefore f(x)$ 的最大值为 $\dfrac{1}{2}$，最小正周期为 π 。…………………………6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $f(C)=\sin(2C-\dfrac{\pi}{6})-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$，则 $\sin(2C-\dfrac{\pi}{6})=1$.

$\because 0<C<\pi, \therefore 0<2C<2\pi, \therefore -\dfrac{\pi}{6}<2C-\dfrac{\pi}{6}<\dfrac{11\pi}{6}$,

$\therefore 2C-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}, \therefore C=\dfrac{\pi}{3}$. …………………………9 分

$\because \sin B=2\sin A, \therefore b=2a$, ①……………………………11 分

由余弦定理得 $c^2=a^2+b^2\text{-}2ab\cos\dfrac{\pi}{3}$,

即 $a^2+b^2-ab=12$, ②……………………………13 分

由①②解得 $a=2, b=4$. …………………………15 分

19.解：（I）设直线 CE, BO 交于点 F，

$\because BE=AO=2, BC=AB=4$，$\therefore Rt\Delta CBE\cong Rt\Delta BAO$.

$\therefore \angle BCE=\angle ABO$，则 $\angle BCF+\angle FBC=90^\circ$.

故 $\angle BFC=90^\circ$，$\therefore CE\perp BO$。……………………………… 4 分

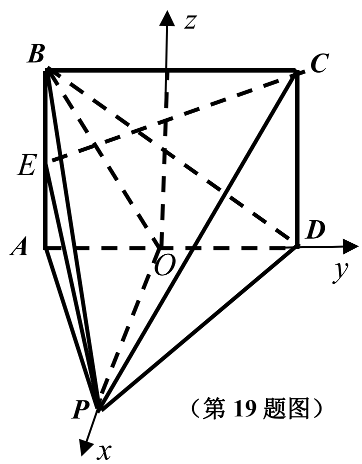
$\because O$ 为 AD 的中点，ΔPAD 为正三角形，$\therefore PO\perp AD$。

又平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，$\therefore PO\perp$ 平面 $ABCD$，

$\therefore CE\perp PO$，$\therefore CE\perp$ 平面 POB。

又 $CE\subset$ 平面 PCE，所以平面 $PCE\perp$ 平面 POB。

……………………………………… 8 分



（第 19 题图）

（II）设 BC 的中点为 M，连接 OM 。

因为平面 $ABCD\perp$ 平面 PAD，所以 $OM\perp OD, OM\perp OP$.

又 ΔPAD 为正三角形，所以 $OP\perp OD$ 。

分别以 OP, OD, OM 为 x, y, z 轴，建立空间直角坐标系。

则 $O(0,0,0), A(0,-2,0), B(0,-2,4), D(0,2,0), P(2\sqrt{3},0,0)$. ……………………10 分

设平面 PDB 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

$\because \overrightarrow{DB}=(0,-4,4),\overrightarrow{DP}=(2\sqrt{3},-2,0)$，

$\therefore \begin{cases}-4y+4z=0\\2\sqrt{3}x-2y=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}y=z\\y=\sqrt{3}x\end{cases}$，取 $x=1$，得 $\vec{n}=(1,\sqrt{3},\sqrt{3})$。………………… 12 分

设直线 AP 与平面 PDB 所成角为 ，$\because \overrightarrow{AP}=(2\sqrt{3},2,0)$，

$\therefore \sin\alpha=\left|\cos<\overrightarrow{AP},\vec{n}>\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{AP}\bullet\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{AP}\right|\times\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$，

故直线 AP 与平面 PDB 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{21}}{7}$。……………………………………15 分

20.解: (1) 直线 $y=-x$ 的斜率为 -1.

函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{a}{x}$，

所以 $f'(1)=-3+a=-1$，解得 $a=2$ ………3 分

所以 $f(x)=\dfrac{3}{x}+2\ln x$, $f'(x)=\dfrac{2x-3}{x^2}$，

由 $f'(x)>0$，得 $x>\dfrac{3}{2}$；由 $f'(x)<0$，得 $0<x<\dfrac{3}{2}$，

所以 $f(x)$ 的单调递减区间 $(0,\dfrac{3}{2})$，单调递增区间是 $(\dfrac{3}{2},+\infty)$ ……..…5 分

（2）$f'(x)=-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{a}{x}=\dfrac{ax-3}{x^2}$，$\because a>0$，

由 $f'(x)>0$，得 $x>\dfrac{3}{a}$，由 $f'(x)<0$，得 $0<x<\dfrac{3}{a}$，

所以 $f(x)$ 的单调递减区间 $(0,\dfrac{3}{a})$，单调递增区间是 $(\dfrac{3}{a},+\infty)$，

当 $x=\dfrac{3}{a}$ 时，$f(x)$ 取极小值，也就是最小值 $f(x)_{\min}=f(\dfrac{3}{a})$ ………7 分

$\because$ 对任意 $x\in(0,+\infty)$，都有 $f(x)>0$ 成立，$\therefore f(\dfrac{3}{a})>0$，

即 $a+a\ln\dfrac{3}{a}>0$, ………9 分

又$a>0$，$\therefore \ln\frac{3}{a}>-1$,得$0<a<3e$.实数$a$的取值范围$\left(0,3e\right)$ ………10 分

(3) 当$a=1$时， $g(x)=\frac{3}{x}+\ln x+2x-b$，$(x>0)$

$g'(x)=\frac{2x^2+x-3}{x^2}=\frac{(2x+3)(x-1)}{x^2}$，由$g'(x)>0$，得$x>1$，由$g'(x)<0$，得$0<x<1$.

所以$g(x)$的单调递减区间$(0,1)$，单调递增区间是$(1,+\infty)$，

则$x=1$时，$g(x)$取得极小值$g(1)$. ………10 分

因为函数$g(x)$在区间$[e^{-1},e]$上有两个零点，所以$\begin{cases} g(e^{-1})\ge 0 \\ g(e)\ge 0 \\ g(1)<0 \end{cases}$ …………13 分

得$\begin{cases} b\le 3e+\frac{2}{e}-1 \\ b\le 2e+\frac{3}{e}+1 \\ b>5 \end{cases}$，$\because (3e+\frac{2}{e}-1)-(2e+\frac{3}{e}+1)=e-\frac{1}{e}-2>0$，$\therefore 5<b\le 2e+\frac{3}{e}+1$.

所以b的取值范围是$\left|\ 5,2e+\frac{3}{e}+1\ \right|$. ……………15 分

21. 解：（Ⅰ）设$M(x_0,y_0)$，由$y=-\frac{x^2}{8}+3$，得$y'=-\frac{x}{4}$，则切线l的斜率为$k=-\frac{x_0}{4}$。

切线l的方程为$y=-\frac{x_0}{4}(x-x_0)+y_0=-\frac{x_0}{4}x+\frac{x_0^2}{4}+y_0=-\frac{x_0}{4}x-2y_0+6+y_0$，

即为$y=-\frac{x_0}{4}x-y_0+6$。 ……………………………………3 分

与$x^2=4y$联立，消去y得$x^2+x_0x+4y_0-24=0$。……………………………………4 分

设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则有$x_1+x_2=-x_0$，$x_1x_2=4y_0-24$。………………………5 分

则有 $y_1+y_2=-\dfrac{x_0}{4}(x_1+x_2)-2y_0+12=\dfrac{x_0^2}{4}-2y_0+12=-4y_0+18$，

$y_1y_2=\dfrac{x_1^2x_2^2}{16}=(y_0-6)^2$，又 $F(0,1)$，

则由 $k_1\cdot k_2=\dfrac{y_1-1}{x_1}\times\dfrac{y_2-1}{x_2}=\dfrac{y_1y_2-(y_1+y_2)+1}{x_1x_2}=\dfrac{(y_0-6)^2-(-4y_0+18)+1}{4y_0-24}=-\dfrac{3}{5}$，

得 $5y_0^2-28y_0+23=0$，解得 $y_0=1$或 $y_0=\dfrac{23}{5}$。……………………………………8 分

$\because x_0^2=-8(y_0-3)\geq 0,\therefore y_0\leq 3$，故 $y_0=1$，从而有 $x_0=\pm 4$。

则直线 l 的方程为 $y=\pm x+5$。 ……………………………………9 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知直线 l 的方程为 $y=-\dfrac{x_0}{4}x-y_0+6$，且 $x_1+x_2=-x_0$， $x_1x_2=4y_0-24$。

则

$|AB|=\sqrt{1+\dfrac{x_0^2}{16}}|x_1-x_2|=\sqrt{1+\dfrac{x_0^2}{16}}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\dfrac{\sqrt{16+x_0^2}}{4}\cdot\sqrt{x_0^2-4(4y_0-24)}$，

即 $|AB|=\dfrac{\sqrt{16-8y_0+24}}{4}\cdot\sqrt{-8y_0+24-16y_0+96}=2\sqrt{3}(5-y_0)$，………………11 分

而 $|AF|+|BF|=(y_1+1)+(y_2+1)=-4y_0+20=4(5-y_0)$，………………… ……13 分

则有 $|AB|=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(|AF|+|BF|)$， ……………………………………14 分

故存在正实数 $m=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，使得对任意点 M，都有 $|AB|=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(|AF|+|BF|)$ 成立. ……15 分

22.证明：（Ⅰ）由 $a_{n+1}^2+a_{n+1}=2a_n$…………（1）

得 $a_{n+2}^2+a_{n+2}=2a_{n+1}$…………（2）

两式相减得 $a_{n+2}^2-a_{n+1}^2+(a_{n+2}-a_{n+1})=2(a_{n+1}-a_n)$，

即有 $(a_{n+2}-a_{n+1})(a_{n+2}+a_{n+1}+1)=2(a_{n+1}-a_n)$，
因为 $a_n>0$，所以 $a_{n+2}-a_{n+1}$ 与 $a_{n+1}-a_n$ 同号。
$\because a_2^2+a_2=2a_1=6$，$\therefore a_2=2$，则 $a_2-a_1<0$，
所以 $a_{n+1}-a_n<0$，即数列 $\{a_n\}$ 是单调减数列，则有 $a_n\le a_1=3$。………………3 分
由 $a_{n+1}^2+a_{n+1}=2a_n$，得 $a_{n+1}^2+a_{n+1}-2=2a_n-2$，即 $(a_{n+1}+2)(a_{n+1}-1)=2(a_n-1)$，
由 $a_{n+1}+2>0$，易知 $a_{n+1}-1$ 与 a_n-1 同号，
由于 $a_1-1=2>0$，可知 $a_n-1>0$，即 $a_n>1$，………………5 分
综合有 $1<a_n\le 3$，$n\in N^*$。………………6 分
(Ⅱ)由（Ⅰ）知 $\dfrac{a_{n+1}-1}{a_n-1}=\dfrac{2}{a_{n+1}+2}$，而 $3<a_{n+1}+2\le a_2+2=4$，
则 $\dfrac{1}{2}\le\dfrac{a_{n+1}-1}{a_n-1}<\dfrac{2}{3}$，所以 $M\ge\dfrac{2}{3}$。
故 M 的最小值为 $\dfrac{2}{3}$。………………9 分
(Ⅲ)由(Ⅱ)知 $n\ge 2$ 时，
$a_n-1=(a_1-1)\quad\dfrac{a_2-1}{a_1-1}\quad\dfrac{a_3-1}{a_2-1}\quad\cdots\quad\dfrac{a_n-1}{a_{n-1}-1}<(\dfrac{2}{3})^{n-1}(a_1-1)=2\quad(\dfrac{2}{3})^{n-1}$，…………11 分
又 $n=1$ 时 $a_1-1=2$，故有 $a_n-1\quad 2\quad(\dfrac{2}{3})^{n-1}$，$n\in N^*$。.
即 $a_n\le 1+2\times(\dfrac{2}{3})^{n-1}$，$n\in N^*$ ………………12 分
则 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n\le n+2\ \ 1+\dfrac{2}{3}+(\dfrac{2}{3})^2+\cdots+(\dfrac{2}{3})^{n-1}$
$=n+2\times\dfrac{1-(\dfrac{2}{3})^n}{1-\dfrac{2}{3}}=n+6\ \ 1-(\dfrac{2}{3})^n\ \ <n+6$. ………………14 分