

2026 年 1 月普通高等学校招生适应性测试

数 学

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一. 选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 3, 5\}$, 全集 $U = \mathbf{R}$ 和集合 B . 若 $\complement_U B \cap A = \{5\}$, 则

- A. $B = \{x \mid x > 5\}$ B. $B = \{x \mid x < 5\}$
C. $B = \{x \mid 0 < x < 5\}$ D. $B = \{x \mid -1 < x < 3\}$

2. 若函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0 \\ ax+b, & x \geq 0 \end{cases}$ 单调递增且连续, 则点 (a, b) 在

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 下列是某商品 2025 年前 5 个月的平均价格与月份的统计数据:

月份代码 x	1	2	3	4	5
平均价格 y (单位: 元)	17	16	20	18	19

用方程 $\hat{y} = kx + 16.2$ 拟合上述数据, 当残差平方和最小时, $k =$

- A. 0.1 B. 0.2 C. 0.4 D. 0.6

4. 已知扇形的圆心角 $\alpha = \frac{\pi}{3}$, 半径 $R=100$. 若仅将 α 减小 30° , 则扇形的面积减小了
- A. $\frac{125\pi}{9}$ B. $\frac{301\pi}{7}$ C. $\frac{7\pi}{81}$ D. $\frac{79\pi}{133}$
5. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , 焦距为 c . 过 F 做 C 的一条渐近线的垂线, 垂足为 H , 且 $\triangle OHF$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{8}c^2$, 则 C 的离心率为
- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$
6. 正数 a, b 满足 $\frac{9}{a} + \frac{1}{b} = 2$. 若 $a + b \geq x^2 + 2x$ 对任意正数 a, b 恒成立, 则实数 x 的取值范围为
- A. $[-4, 2]$ B. $[-2, 4]$
C. $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$ D. $(-\infty, -2] \cup [4, +\infty)$
7. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 在 $(0, \frac{\pi}{6})$ 上单调递增, 在 $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$ 上单调递减, 则实数 ω 的取值范围为
- A. $(0, 1]$ B. $(0, 2]$ C. $[1, 2]$ D. $(1, 2)$
8. 已知空间四边形 $ABCD$ 的各边长均为 6, 平面 $ABD \perp$ 平面 CBD , 点 M 在边 AC 上, 且 $\overline{AM} = 2\overline{MC}$, 过 M 作四边形 $ABCD$ 外接球的截面, 则截面面积的最小值为
- A. 6π B. $6\sqrt{2}\pi$ C. 12π D. $12\sqrt{2}\pi$
- 二. 选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对得 6 分, 选对部分得部分分, 有选错的得 0 分.
9. 已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 均为递增数列, 它们的前 n 项和分别为 S_n, T_n , 且满足 $a_n + a_{n+1} = 2n$, $b_n \cdot b_{n+1} = 2^n$, 则下列结论正确的是
- A. $0 < a_1 < 1$ B. $S_{2n} = n^2 + 3n + 2$
C. $1 < b_1 < \sqrt{2}$ D. $S_{2n} - T_{2n} < 0$

10. 若 $(x^2 + \frac{1}{ax})^6$ 的展开式中 x^1 的系数为 -160 ，则

A. $a = -\frac{1}{2}$

B. 所有项系数之和为 1

C. 二项式系数之和为 64

D. 二项式系数最大项为第 3 项

11. 已知函数 $f(x) = x \ln x - \frac{a}{2}x^2$ 有两个极值点 x_1, x_2 ，则

A. $a \in (0, 1)$

B. $x_1 + x_2 > 2$

C. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2$

D. $x_2 - x_1 < \frac{1-a}{a}$

三. 填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 已知复数 z 满足 $z(1-i) = 4+2i$ ，则 $z =$ _____.

13. 已知函数 $f(x) = \cos x \cdot \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + \frac{\pi}{4}$ 在 $[-5, 5]$ 上最小值为 t ，则 $f(t) =$ _____.

14. 已知 a, b 满足 $e^a = -\frac{a}{c}$ ， $b(\ln b - 2) = e^b$ (e 为自然对数的底数)，则 $ab =$ _____.

四. 解答题：本题共 5 小题，共 77 分.

15. (13 分)

$\triangle ABC$ 中， $A = \frac{2\pi}{3}$ ，且 $AB = 3, AC = 4$. 若 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ 且 $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{BC}$.

(1) 求 λ 的值;

(2) 求 $\sin A + \sin B + \sqrt{3} \sin C$ 的取值范围.

16. (15 分)

AB 为 $\odot O$ 的直径， PA 垂直于 $\odot O$ 所在的平面， C

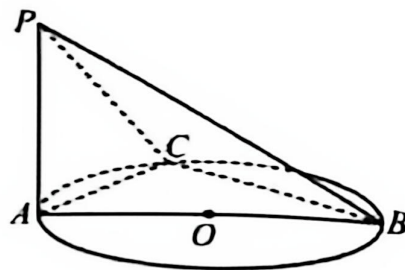
是圆周上不同于 A, B 的任意一点， $AB = 2AP$ ，三棱锥

$P-ABC$ 体积的最大值为 $\frac{8}{3}$.

(1) 当 $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 时，求二面角 $C-PB-A$ 的正

弦值;

(2) 当 $\triangle PBC$ 的面积最大时，求 AC .



来源：清北网

17. (15 分)

已知双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 直线 l 过 F_2 与 C 交于 A, B 两点, 且 $(\overrightarrow{F_1A} + \overrightarrow{F_1B}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

(1) 求 l 的斜率;

(2) 若 P, Q 分别为 C 的左支和右支上的一个动点, $F_2P + F_2Q < 8\sqrt{3}$, 求 $\triangle F_1PQ$ 面积的取值范围.

18. (17 分)

从装有 3 个红球和 4 个白球的袋子中, 每次随机摸出 1 个球, 摸出的球不再放回. 记 A_l 表示事件 “第 l 次摸到红球”, $l = 1, 2, \dots, 7$.

(1) 求在第一次摸到白球的条件下第二次摸到红球的概率;

(2) 记 $P(A_1A_2A_3)$ 表示事件 A_1, A_2, A_3 同时发生的概率, $P(A_3 | A_1A_2)$ 表示已知事件 A_1 和 A_2 都发生时事件 A_3 发生的概率.

(i) 证明: $P(A_1A_2A_3) = P(A_1)P(A_2 | A_1) \cdot P(A_3 | A_1A_2)$;

(ii) 求 $P(A_3)$.

19. (17 分)

若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} \leq \frac{a_n + a_{n+2}}{2}$, 则称数列 $\{a_n\}$ 为下凸数列

(1) 证明: 任意一个正项等比数列均为下凸数列;

(2) 设 $c_n = p_n + r_n$, 其中 $\{p_n\}, \{r_n\}$ 为公比不相等的等比数列, 求证: $\{c_n\}$ 是下凸数列且不是等比数列;

(3) 已知 S_n 为正项下凸数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和, $S_n \leq 1$, 证明: $a_1 + \frac{2(1-n)}{n} < a_n \leq a_1$.