高三年级10月考试数学试题

考试时间：120分钟　试卷满分：150分　命题、审题：高三数学备课组

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的．

1. 在复平面内，$(2+2\mathrm{i})(1+2\mathrm{i})$的共轭复数对应的点位于（　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 集合$A=\{1,2\},B=\{x|x^2-3x-4<0,x\in\mathbf{N}\}$，则满足$A\subseteq C\subseteq B$的集合$C$的个数为（　）

A. 4　　B. 7　　C. 15　　D. 16

3. 若双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的两条渐近线的夹角为$60^\circ$，则该双曲线的离心率为（　）

A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. 2或$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$或$\sqrt{3}$

4. 将函数$y=\tan\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$的图象向左平移$m(m>0)$个单位长度后，所得的图象关于原点对称，则$m$的最小值为（　）

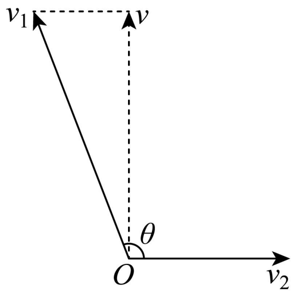
A. $\dfrac{\pi}{12}$　　B. $\dfrac{\pi}{6}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{\pi}{2}$

5. 已知定义在$[1-m,2m-3]$上的偶函数$f(x)$，且当$x\in[0,2m-3]$时，$f(x)$单调递减，则关于x的不等式$f(x-2)>f(3x-2m)$的解集是（　）

A. $\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$　　B. $(-\infty,1)\cup\left(\dfrac{3}{2},+\infty\right)$

C. $\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{5}{3}\right]$　　D. $\left(\dfrac{2}{3},2\right]$

6. 如图，一条河两岸平行，河的宽度为$200\ \mathrm{m}$，一艘船从河岸边的A地出发，向河对岸航行．已知船在静水中的速度v_1的大小为$|v_1|=10\ \mathrm{km/h}$，水流速度v_2的大小为$|v_2|=8\ \mathrm{km/h}$．设这艘船行驶方向与水流方向的夹角为θ，行驶完全程需要的时间为$t(\mathrm{min})$，若船的航程最短，则（　　）



A. $\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{2\pi}{3},t=1.5$　　B. $\frac{2\pi}{3}<\theta<\frac{3\pi}{4},t=1.5$

C. $\frac{2\pi}{3}<\theta<\frac{3\pi}{4},t=2$　　D. $\frac{3\pi}{4}<\theta<\frac{5\pi}{6},t=2$

7. 若$e^{x_1}\cdot x_3=\ln x_2\cdot x_3=1$，则下列不等关系一定不成立的是（　　）

A. $x_3>x_2>x_1$　　B. $x_3>x_1>x_2$　　C. $x_2>x_1=x_3$　　D. $x_2>x_1>x_3$

8. 已知直线$x+ay-\sqrt{5}a+2=0$与圆$O:x^2+y^2=r^2\left(r>0\right)$交于不同的两点$A,B$，若$\angle AOB$存在最小值且最小值不大于$90^\circ$，则$r$的取值范围为（　）

A. $\left(\sqrt{3},2\right]$　　B. $\left(3,2\sqrt{3}\right]$　　C. $\left(3,3\sqrt{2}\right]$　　D. $\left(3,6\right]$

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．

9. 正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点E,F分别为棱B_1C_1,CD的中点，则（　）

A. $AE\perp BD$　　B. $A_1E\perp$平面BB_1F

C. $EF//$平面AB_1C　　D. $BE//DC_1$

10. 抛物线有如下光学性质：从焦点发出的光线，经过抛物线上的一点反射后，反射光线平行于抛物线的轴；一束平行于抛物线的轴的光线，经过抛物线的反射集中于它的焦点．已知抛物线$C:y^2=8x,O$为坐标原点，一条平行于x轴的光线l_1从点$M\left(5,2\right)$射入，经过C上的点P反射，再经过C上的另一点Q反射后沿直线l_2射出，则（　）

A. $\left|PQ\right|=25$

B. $\triangle OPQ$是一个钝角三角形

C. 若延长PO交直线$x=-2$于点D，则点D在直线l_2上

D. 抛物线C在点P处的切线分别与直线l_1、FP所成的角相等

11. 在$\triangle ABC$中，a,b,c是角A,B,C的对应边，满足$\dfrac{\cos A}{\sin B}+\dfrac{\cos B}{\sin A}=2, a+b+c=10$，下列说法正确的是（　）

A. $\sin C=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2b^2}+\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2a^2}$

B. $\tan A\cdot\tan B$的最小值为2

C. $\triangle ABC$的面积最大值为$25\left(3-2\sqrt{2}\right)$

D. 若$\sin A\sin B\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，则$b^2=a\left(a+c\right)$

三、填空题：本大题共3小题，每小题5分，共15分．

12. 若曲线$y=x+2\sqrt{x}$在点$\left(1,3\right)$处的切线也是曲线$y=\ln x+x+2a$的切线，则$a=$_____．

13. 已知等差数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，且$S_{15}=120$，等比数列$\left\{b_n\right\}$的首项为1，若$a_8=b_4$，则$\log_2 b_{2025}$的值为_____．

14. 抛掷一枚质地均匀的正四面体骰子（四个面上分别标有数字1，2，3，4），底面的点数为1记为事件A，抛掷n次后事件A发生奇数次的概率记为P_n，则$P_3=$_____，$P_{2025}=$_____．

四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15. 某种疾病分为甲、乙两种类型，为研究该疾病的类型与患者性别是否有关，随机抽取了$3x$名患者进行调查，得到如下列联表：

性别	疾病类型		合计
	甲型病	乙型病	
男	$\dfrac{2x}{3}$	$\dfrac{x}{3}$	x
女	$\dfrac{x}{2}$	$\dfrac{3x}{2}$	$2x$
合计	$\dfrac{7x}{6}$	$\dfrac{11x}{6}$	$3x$

（1）根据小概率值$\alpha=0.005$的独立性检验，得出了“所患疾病的类型与性别有关”的结论，求x的最小值；

（2）现对部分人群接种预防甲型疾病的疫苗，要求每人至多安排 2 个周期接种疫苗，每人每周期必须接种 3 次，每次接种后，产生抗体的概率为 0.8．如果一个周期内至少 2 次产生抗体，那么该周期结束后终止接种，否则进入第二个周期．已知每人每周期接种费用为 30 元，试估计 1000 人接种疫苗总费用的期望．附

$$\chi^2=\frac{n\left(ad-bc\right)^2}{\left(a+b\right)\left(c+d\right)\left(a+c\right)\left(b+d\right)},$$

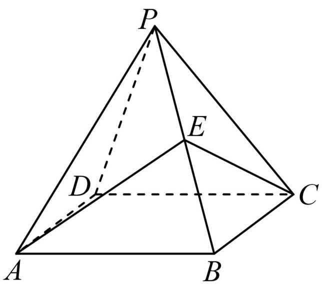
α	0.01	0.005	0.001
x_α	6.635	7.879	10.828

16. 设数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，且$2S_n=a\left(2a_n-1\right),a>1$．

（1）证明：$\left\{\ln a_n\right\}$为等差数列；

（2）数列$\left\{b_n\right\}$满足$a_nb_n=2n-1$，当$a=2$，且$b_1+b_2+\cdots+b_n>\dfrac{11}{2}$时，求$n$的最小值．

17. 如图所示，正四棱锥$P-ABCD$中，点E是棱PB的中点．



（1）证明：$PD//$平面AEC；

（2）已知异面直线PD与AE所成角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{65}}{13}$，

（i）求二面角$P-AC-E$的正弦值；

（ii）在线段AD上是否存在点F，使$EF\perp$平面PBC．若存在，求$\dfrac{AF}{AD}$的值；若不存在，说明理由．

18. 设椭圆$\Gamma:\dfrac{y^2}{4}+x^2=1$的右顶点为$A$，上焦点为$F$，直线$l$与椭圆交于不同于$A$的两点$B$，$C$．

（1）是否存在l，使F为$\triangle ABC$的重心，试说明理由；

（2）已知$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$，

（i）证明：l恒过定点；

（ii）设点 P 在 l 上，且满足 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，$Q$ 是椭圆上的动点，求 $\left|PQ\right|$ 的最大值.

19. 已知函数 $f\left(x\right)=ax^2-\ln x-a$.

（1）当 $f\left(x\right)$ 的最小值为 0 时，求实数 a 的值；

（2）给定 $a\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$，证明：$f\left(x\right)$ 存在一个大于 1 的零点 x_0，且 $x_0^2>\frac{1}{a}-1$；

（3）若对任意 $x\in\left(0,+\infty\right)$，都有 $f\left(x+1\right)>a\sin x+\frac{1}{x+1}-\mathrm{e}^{-x}$，求实数 a 的取值范围.