



绝密★考试结束前

Z20⁺名校联盟（浙江省名校新高考研究联盟）2026 届高三第一次联考

数学试题卷

命题：富阳中学 陈晖、何其多

磨题：嘉善高级中学 黄振华 宁海中学 赖庆龙 嵊州中学 求莲萍 校稿：李慧华、吕金晶

考生须知：

1. 本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前务必将自己的姓名，准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试题卷和答题纸规定的地方。
3. 答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范答题，在本试卷纸上答题一律无效。
4. 考试结束后，只需上交答题卷。

第 I 卷

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 z 满足 $2z + \bar{z} = 3 - i$ ，则 z 的虚部为
A. -1 B. 1 C. 2 D. $-\frac{1}{2}$
2. 已知椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{k} = 1$ 的一个焦点为 $F(0, 1)$ ，则 $k =$
A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. 3 D. 5
3. 已知平面向量 $\mathbf{a} = (x-1, x-5)$ ， $\mathbf{b} = (1, 2)$ ，若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ ，则 $x =$
A. $-\frac{11}{3}$ B. -3 C. 3 D. $\frac{11}{3}$
4. 已知集合 $M = \{1, 2, 3\}$ ， $M \cup N = \{1, 2, 3, 4, 16\}$ ，则满足条件的集合 N 的个数为
A. 3 B. 5 C. 6 D. 8
5. 已知函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的定义域为 $\left[\frac{\pi}{2}, a\right]$ ，值域为 $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$ ，则 a 的取值范围是
A. $\left[\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right]$ B. $\left[\frac{5\pi}{6}, \pi\right]$ C. $\left[\frac{2\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}\right]$ D. $\left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right]$
6. 晋祠圣母殿是现存宋代建筑艺术的杰出代表，图1是该建筑的剖面画图.圣母殿以其独特的木构技术、历史价值与艺术成就闻名，被誉为研究中国宋代建筑的“活标本”.现使用图2简单模拟圣母殿的屋顶结构，其中 $ABCD$ 为矩形， $AB = 20$ m， AE, DE, BF, CF 为四段全等的圆弧，其对应的圆半径为 5 m，圆心角为 $\frac{\pi}{3}$. 已知区域 $ABFE$ 和 $DCFE$ 是被瓦片覆盖的区域，则该模型中瓦片覆盖区域的总面积为

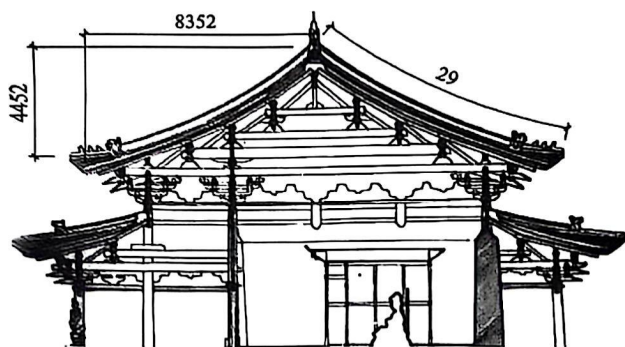


图 1

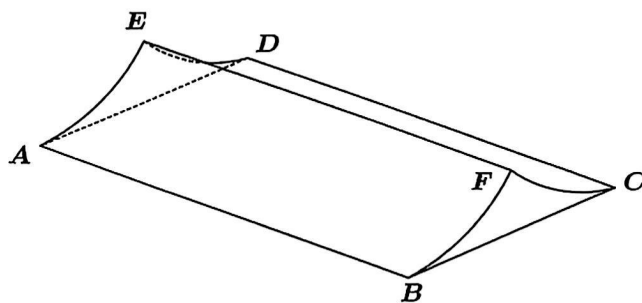


图 2

- A. $20\pi \text{ m}^2$ B. $\frac{100\pi}{3} \text{ m}^2$ C. $50\pi \text{ m}^2$ D. $\frac{200\pi}{3} \text{ m}^2$

7. 已知随机变量 $X \sim N(1, 4)$, 随机变量 $Y \sim N(2, 4)$, 正实数 a, b 满足 $P(X \leq a) = P(Y \geq b)$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{4}{b}$ 的最小值为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$, $4f(x-1) - 3f(x-2) \geq f(x) \geq 3f(x-1) - 2f(x-2)$, 且 $f(1)=1$, $f(2)=2$, 则下列结论一定正确的是

- A. $f(5) < 10$ B. $f(5) > 50$ C. $f(10) < 100$ D. $f(10) > 500$

二、多选题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有错选的得 0 分.

9. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, M 是线段 DD_1 的中点, 则

- A. $A_1B_1 \parallel$ 平面 BC_1M B. B_1D_1 与 BC_1 所成夹角为 60°
C. 平面 $A_1B_1D \perp$ 平面 BC_1M D. 三棱锥 $C-BC_1M$ 的体积为 $\frac{1}{12}$

10. 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角分别为 A, B, C , $B = C + \frac{\pi}{2}$, $AB = 2$, $AC = 3$, D 在线段 BC 上, 且满足 AD 平分 $\angle BAC$. 则

- A. $\sin B = \frac{3}{2} \sin C$ B. $\tan C = \frac{2}{3}$
C. $BC = \frac{25}{13}$ D. $AD = \frac{6\sqrt{26}}{13}$

11. 现有甲、乙、丙、丁四人组队传球, 其中甲、乙为 A 队, 丙、丁为 B 队. 已知甲、乙传给队友的概率为 $\frac{1}{3}$, 丙、丁传给队友的概率为 $\frac{2}{3}$, 且任一传球者会等可能地传球给非队友成员. 现从甲开始传球, 设传球次数为 n ($n \in \mathbb{N}_+$ 且 $n \geq 2$), 则

- A. 传球 n 次后, 球在甲手中的概率和球在乙手中的概率始终相等
B. $n=3$ 时, 球在乙手中的概率为 $\frac{5}{27}$
C. 传球 n 次后, 球在 A 队成员手中的概率恒为一个常数
D. 设球在乙手中的概率为 p_n , 则 $p_n = \frac{1}{6} \left(1 + \left(-\frac{1}{3} \right)^{n-1} \right)$ ($n \geq 2$)

第Ⅱ卷

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.

12. 已知实数 a, b 满足 $2^a = 3$, $3^b = 2$, 则 $ab = \underline{\hspace{1cm}}$.

13. 用1,2,3,12四个数组成一个五位数(每个数仅用到1次), 则能组成 $\underline{\hspace{1cm}}$ 个不同的五位数.

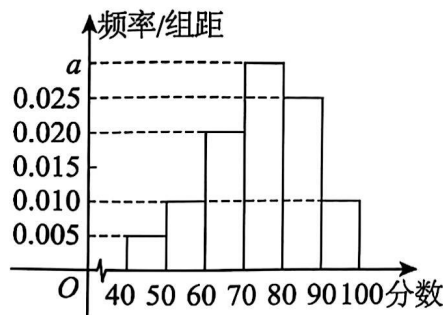
14. 已知双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 作直线交双曲线 C 的右半支于 P, Q 两点, 满足 $PF_1 \perp PQ$, 且 $\triangle QF_1F_2$ 面积是 $\triangle PF_1F_2$ 面积的两倍, 则双曲线 C 的离心率为 $\underline{\hspace{1cm}}$.

四、解答题：本题共5小题，共77分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

15. (本小题13分) 某学校开展了数学竞赛考试，从所有答卷中随机抽取100份作为样本，将样本的成绩(满分100分，成绩均为不低于40分的整数)分成六组： $[40, 50), [50, 60), \dots, [90, 100]$ ，得到如图所示的频率分布直方图.

(1) 求图中 a 的值和样本成绩的中位数；

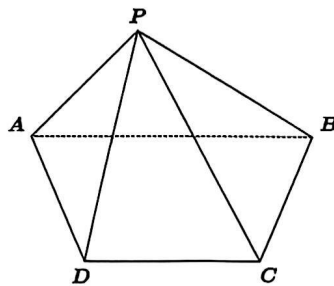
(2) 已知学校用分层抽样的方法，从 $[80, 90), [90, 100]$ 两组内抽取了7份试卷作为优秀试卷，并从对应的学生中随机选取3人进行采访. 设接受采访的学生中成绩在 $[90, 100]$ 内的有 X 人，求 X 的分布列和数学期望.



16. (本小题15分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$, $AB \parallel CD$, $BC \perp AB$, $AB = 1 + \sqrt{3}$, $CD = \sqrt{3}$, $BC = PB = 2$, 且四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 $\frac{2\sqrt{3}+1}{3}$.

(1) 证明: $AB \perp PD$;

(2) 求平面 PAB 与平面 PCD 所成角的正弦值.



17. (本小题 15 分) 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且满足 $S_n = 1 - \frac{1}{n+1}$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $P(1,0)$, 定义点 $A_n\left(1 + \frac{1}{a_n}, 1\right)$, $B_n(n,1)$ (其中 $n \in \mathbb{N}_+$),

记 $\alpha_n = \angle A_nOP$, $\beta_n = \angle B_nOP$.

(i) 求 $\tan(\beta_2 + \beta_3)$ 的值;

(ii) 证明: $\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_n + \beta_{n+1} = \frac{\pi}{4}$.

18. (本小题 17 分) 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$, 过点 $Q(2,0)$ 的直线 l 交 C 于 A, B 两点, O 为坐标原点. 当 l 与 x 轴垂直时, $|AB| = 4\sqrt{2}$.

(1) 求抛物线 C 的解析式;

(2) 若 $\cos \angle AOB = -\frac{\sqrt{13}}{13}$, 过 x 轴上一点 P 作直线 OA, OB, AB 的垂线, 垂足分别为 E, F, G , 且满足 E, F, G 三点共线.

(i) 求直线 l 的方程;

(ii) 求 P 点的坐标.

19. (本小题 17 分) 已知函数 $f(x) = x \ln(x+a) - 2x + 2 \ln(x+1)$, $g(x) = 2 \ln(x+a+1) - 3x$.

(1) 若 $a=0$, 求 $g(x)$ 在 $(1, g(1))$ 处的切线 l 的方程;

(2) 判断 $x=0$ 是否是函数 $f(x)$ 的极值点, 并说明理由;

(3) 若不等式 $f(x) > g(x) + k(x-2)$ 对任意的 $x \in (2, +\infty)$, $a \in [0, 2]$ 恒成立, 求正整数 k 的最大值. (参考数据: $e = 2.71828\cdots$, $e^2 = 7.38906\cdots$, $e^3 = 20.08554\cdots$).