

2025~2026 学年度
武汉市部分学校高三年级九月调研考试
数 学 试 卷

武汉市教育科学研究院命制

2025.9.10

本试题卷共 4 页,19 题。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后,请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 > 0\}$, $B = \{x | x^2 < 3x\}$, 则 $A \cap B =$
A. $(-1, 0)$ B. $(-1, 3)$ C. $(2, 3)$ D. $(0, 2)$
2. 若复数 z 满足 $\frac{2(z+i)}{z} = 3+i$, 则 $z =$
A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-1+i$ D. $-1-i$
3. 若双曲线 $mx^2 + ny^2 = 1$ 的一条渐近线方程为 $y = 2x$, 则 $\frac{m}{n} =$
A. $-\frac{1}{2}$ B. -2 C. $-\frac{1}{4}$ D. -4
4. 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 取正方形各边的中点 A_1, B_1, C_1, D_1 作第二个正方形 $A_1B_1C_1D_1$, 然后再取正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 各边中点 A_2, B_2, C_2, D_2 作第三个正方形, 依此方法一直继续下去, 则前 11 个正方形的面积和为
A. $2 - \frac{1}{2^{12}}$ B. $2 \left(1 - \frac{1}{2^{10}} \right)$ C. $2 - \frac{1}{2^{11}}$ D. $2 \left(1 - \frac{1}{2^{11}} \right)$

5. 若函数 $f(x) = \frac{4^x + a}{2^x + \cos x}$ 是奇函数, 则实数 $a =$

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

6. 将 4 个不同的小球放入 4 个不同的盒子中, 则恰有两个盒子为空的放法种数为

- A. 72 B. 84 C. 96 D. 108

7. 已知 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 满足 $\sin A = -6\cos B \cos C$, $\cos A = 3\sin B \sin C$, 则 $\tan A =$

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 9

8. 设椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 椭圆 E 上点 P 满足 $PF_1 \perp PF_2$,

直线 PF_1 和直线 PF_2 分别和椭圆 E 交于异于点 P 的点 A 和点 B , 若 $\frac{|F_1A|}{|F_2B|} = \frac{2}{3}$, 则椭圆 E 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{17}}{5}$

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得部分分。

9. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, |\varphi| < \pi)$ 的部分图象如图所示, 则

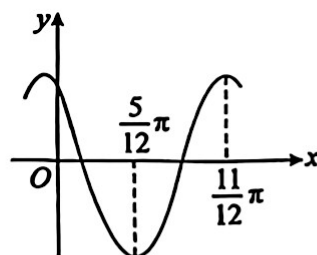
A. $f(x)$ 的最小正周期为 π

B. $\varphi = \frac{\pi}{3}$

C. $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{4\pi}{3}, 0)$ 中心对称

D. 将 $f(x)$ 图象上所有点的横坐标伸长为原来的 2 倍 (纵坐标不变),

得到函数 $g(x)$ 的图象, 则 $g(x)$ 是区间 $[\pi, \frac{7\pi}{4}]$ 上的增函数



10. 已知正实数 a, b 满足 $a + b \geq 2$, 则

A. $ab \geq 1$

B. $a^2 + b^2 \geq 2$

C. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 2$

D. $2^a + 2^b \geq 4$

11. 设 A, B 是一个随机试验中的两个事件, $P(A|B) + P(B|A) = 1$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, 则

A. 事件 A, B 相互独立

B. 若 $P(AB) = \frac{1}{8}$, 则 $|P(A) - P(B)| = \frac{\sqrt{21}}{8}$

C. $P(AB) \leq P(\bar{A}\bar{B})$

D. 若 $P(A|\bar{B}) = P(\bar{A}|B)$, 则必有 $P(A) = P(B)$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分。

12. 平面向量 a, b 满足 $|a|=1, |b|=2, |2a-b|=2$, 则 $|a+b| = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d \neq 0$, 若 a_2, a_5, a_9 构成等比数列, 则 $\frac{a_2}{a_1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB=\sqrt{3}, BC=3, AD=2, \angle ABC=90^\circ, \angle BAD=150^\circ$, 且 $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 过点 A 的平面 α 与侧棱 PB, PC, PD 分别交于点 E, F, G , 若四边形 $AEFG$ 为菱形, 则 $PA = \underline{\hspace{2cm}}$.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分)

在深化课程改革、推动教育高质量发展的新阶段,命题能力已成为教师专业发展的关键能力.某省开展 2025 年学科教师命题能力高质量研修提升培训会,参会人员包括 300 名经验丰富教师(年龄在 35 岁及以上的教师),200 名经验不丰富教师(年龄在 35 岁以下的教师),会后均参加相关知识考核,考核结果为优秀、合格两种情况,统计并得到如下列联表:

	经验丰富教师	经验不丰富教师	总计
优秀	200	150	350
合格	100	50	150
总计	300	200	500

(1) 根据小概率值 $\alpha=0.01$ 的独立性检验,能否认为这次考核结果与经验丰富与否有关?

(2) 若从参会人员中,采用分层抽样的方法随机抽取 10 名教师,再从这 10 名教师中随机抽取 4 人进行调研,设抽取的 4 人中经验不丰富教师的人数为 X ,求 X 的分布列和数学期望.

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

α	0.1	0.05	0.01	0.001
χ_α	2.706	3.841	6.635	10.828

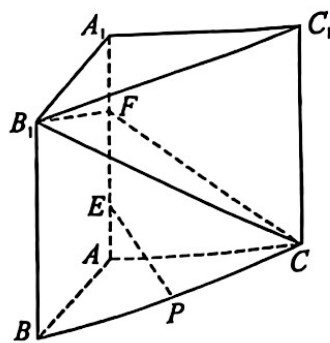
16. (15 分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, P 为线段 BC 的中点,

侧棱 AA_1 上点 E, F 满足 $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$.

(1) 证明: $PE \parallel$ 平面 B_1CF ;

(2) 若 $AB = AC = AA_1 = 1, AA_1 \perp$ 平面 $ABC, AB \perp AC$,
 $AF = \frac{2}{3}$, 求直线 BC 与平面 B_1CF 所成角的正弦值.



17. (15 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $\tan A + \tan B = \frac{2\sin C}{\cos B}, AB = 5, AC = 8$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 求 $\cos B$;

(3) 若线段 AB 上点 D 满足 $\angle BCD = \frac{\pi}{6}$, 求 CD 的长.

18. (17 分)

设抛物线 $E: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 过点 $P(3, 0)$ 的动直线 l 交抛物线 E 于 A, B 两点, 点 $T(2, 2)$, 当直线 AT 垂直于 x 轴时, $|AF| = 3$.

(1) 求抛物线 E 的标准方程;

(2) 若直线 l 过点 T , 求 $\triangle FAB$ 的面积;

(3) 若直线 FT 平分 $\angle AFB$, 求直线 l 的斜率.

19. (17 分)

已知函数 $f(x) = (x^2 - kx + 1)\ln x$ 在区间 $(0, 1)$ 和 $(1, +\infty)$ 各恰有一个零点, 分别记为 x_1 和 x_2 .

(1) 求实数 k 的取值范围;

(2) 记曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_1, 0)$ 处的切线与两坐标轴围成的三角形面积为 S ,

求 $\frac{S}{x_2 - x_1}$ 的最大值;

(3) 若函数 $g(x) = f(x) - a$ 有三个零点 t_1, t_0, t_2 , 其中 $t_1 < t_0 < t_2$, 证明: $t_2 - t_1 \leq x_2 - x_1$.