金华十校 2024-2025 学年第一学期期末调研考试

**高三**数学试题卷参考答案与评分标准

一、选择题：本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| A | A | B | B | C | D | B | A |

二、选择题：本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要

求.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 9 | 10 | 11 |
| AB | ACD | ABD |

三、填空题：本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. 1

2

13.11 或 6(写出其中一个) 14. 4

四、解答题：本题共 5 小题,共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

3

*S*      

15.（1）因为 *f*  *x*  sin*x*  **  图像经过  3 ,1,*T*  3 , 1 ,

   

所以 4    *T* 得周期*T*  2 ,由 2  2 得**  1 , 3 分

3 3 2 **

又 *f*     1 得  **  2*k*   , *k*  Z ,又因为0  **   ,

  

3

3 2

 

 *f x*    

所以**   ,所以   sin  *x*    6 分

6 6

 

（2）因为 *f*  *A*  *f* *B* ,又0  *A*  *B*   ,所以 *A*  *B*  2 ,*C*  

3 3

又 *a*  2,*b*  3 ,由余弦定理可得*c*   8 分

*a*2  *b*2  2*ab* cos *C*

7

3

7

在△ *ABC* 中,易求得cos *A* 

7

1. ,sin *A*  , 11 分

所以 *f*  *A*  sin  *A*  **  

1.  3 

2  1  5 7 13 分

 6 

7 2 2 14

7

 

16.（1）证明（1）连结 *AB* ,∵ *AB*  *AA* , *A AB*  60 ,∴△ *ABA* 是等边三角形.

1 1 1 1

取 *AA*1 的中点 *M* ,∵ *CM*  *AA*1 , *BM*  *AA*1 ,∴ *AA*1  平面*CMB* ,… 3 分

∴ *AA*1  *CB* ,又∵ *AA*1 *∥ BB*1 ,∴ *CB*  *BB*1 6 分

1. 取*CB* 的中点 *P* , *C*1*B*1 的中点*Q* ,∵ *AP*  *CB*, *PQ*  *CB* ,∴ *CB*  平面 *APQ* , 8 分

过 *A* 做 *PQ* 的垂线,垂足是 *A* ,可得 *AA*  平面*CBB*1*C*1 ,连结 *A**B* ,

所以*AB*1 *A* 就是线面角 11 分

***C*1**

***A*1**

***Q***

***B*1**

***C***

***P***

***A***

***B***

***A'***

易得 *AA* 

2 , *AB*1  2 ,



所以*AB A* 就是线面角, sin *AB A*  *AA*  6 15 分

3

1 1

*AB*1 6

17.(1)因为渐近线方程是 *y*  1 *x* ,所以 *a*  2*b* ,又*c*  ,所以*a*  2,*b*  1

3

2

故双曲线方程为

*x*2  2

4

*y*

 1 4 分

 *x*2  2

（2）设直线 *AP* 的方程为 *x*  *ty*  2 ,联立 4

*y*



 1 ,可得*t*2  4 *y*2  4*ty*  0

解得点 *P* 纵坐标为 *yP*

 4*t* 4  *t*2

*x*  *ty*  2

, 7 分

设线段 *AP* 的中点为 *N* ,则点 *N* 的坐标为

8 , 2*t*

 ,设点 *M* 0, *m* ,

 4  *t*2 4  *t*2 

2*t*  *m*

则由 *MN*  *AP* 得 4  *t*2

8

 

 *t* , 2*t*  *m* 4  *t*2   8*t* ,所以*m* 

10*t* 4  *t*2

① 10 分

由 *MN*



4  *t*2

*AP* 得,

3

2

1  *t* 2

8

4  *t* 2



,化简得*t*  13 分

10  4

3

2

1  *t* 2

4*t*

4  *t* 2

4

3

代入①可得*m*   3  10

3

4  16

3

,所以点 *M* 0,10 3 或 *M* 0, 10 3  15 分

18.（1）数列{*an* } 是等比数列,设首项是*a*1 , 公比是*q*,

由 *a*2*q*  *a q*2 ,(*a q*  *a q*3 )  2(*a q*2  *a* ) ,解得*a*  *q*  2 , *a*  2*n* 4 分

1 1 1 1 1 1 1 *n*

（2）由于*a b*  *a b*  *a b*  ...  *a b*  (2*n*  7)  2*n*1  14 ①

1 1 2 2 3 3 *n n*

则 *a b*  *a b*  *a b*

 ...  *a b*

 (2*n*  9)  2*n*  14 , *n*≥2 ②

1 1 2 2 3 3

*n*1

*n*1

由①−②得*anbn*  (2*n*  5)  2*n* , *n*≥2

当 *n*  1 时, *ab*  5  4  14  6 , 满足上式,因此*a b*  (2*n*  5)  2*n* ,所以*b*  2*n*  5 6 分

1 1 *n n n*

*bn*  2*n*  5 ,接下去求 *bn*  2*n*  5 的前*n* 项和,记 *bn*  2*n*  5 的前*n* 项和是 *S* .

*n*

*a* 2*n*

*n*

*n*

*a* 2*n*

*a* 2*n n*

3 1 1 2*n*  7 2*n*  5

*Sn* 

   ... 

2 22 23

2*n*1  2*n* ①

1. *S* 

3  1  1

 ...  2*n*  7  2*n*  5

② 8 分

2 *n* 22

23 24

1. *n* 2*n*1

由①− ②得 1 *S*  3  2( 1  1  ...  1 )  2*n*  5 ,整理得：*S*  1  2*n* 1 10 分

2 *n* 2 22 23

2*n* 2*n*1

*n* 2*n*

*S*  4 *n*2  4*n*  4 (*n*  2)2

(*x*  2)2

（3） *c*

*n*

  *n*  

,要求*c* 的最大项,可以设函数 *f* (*x*) 

, *x*  0

*a*  4 2*n*  4 2*n*  4 *n* 2*x*  4

*n*

则 *f* (*x*) 

(*x*  2)(2*x*1  *x*  2*x* ln 2  2*x*1 ln 2  8)

（2*x*  4)2

… 12 分

令**(*x*)  2*x*1  *x*  2*x* ln 2  2*x*1 ln 2  8

则**(*x*)  2*x* ln 2(1  2 ln 2  ln 2  *x*) ,分析可得**(3)  0,**(4)  0 , *a* (3, 4) ,使得**(*a*)  0

所以**(*x*) 在(0, *a*) 单调递增, (*a*, ) 单调递减, **(5)  64 160ln 2  64ln 2  8  72  96ln 2  0 ,

**(6)  128  384ln 2 128  ln 2  8  136  256ln 2  0 , *x*0 (5, 6) ,使得**(*x*0 )  0

当 *x*  (0, 2) 时, *f* (*x*)  0 ,当 *x* (2, *x*0 ) 时, *f* (*x*)  0 , *x* (*x*0 , ) 时, *f* (*x*)  0

因此 *f* (*x*) 在 *x*  (0, 2) 单调递减,在 *x* (2, *x*0 ) ,单调递增,在 *x* (*x*0 , ) ,单调递减 15 分

只要比较 *f* (1) , *f* (5) , *f* (6) 的大小, *f* (1)  1 , *f* (5)  9  1 , *f* (6)  16  1 .

6 36 4 68 4

所以第五项是最大项, *k*  5 17 分

19.（1） **  0，0，1，0 或 **  1，1，1，0 或 **  1，0，0，0 或 **  1，0，1，1 4 分

此时 *A*  ** | **   *x*1，*x*2， ，*x*10 ，*xi* 0，1 ，显然 *A* 中的每一个元素都恰有10 个“友好元”.

设U  *u* | 0，0，*u*3， ，*u*10 ，*ui* 0，1 ，*B*  *CA* *U*  ，此时| *B* | 210  28 6 分

对 *B* 中的任意元素*b*  *b*1，*b*2， ，*b*10  ，在集合*U* 中至多存在一个*u*  0，0，*u*3， ，*u*10  满足

| *b*1  0 |  | *b*2  0 |  | *b*3  *u*3 |  | *b*10  *u*10 | 1 ，从而*b*  *b*1，*b*2， ，*b*10  在集合 *B* 中至少有9 个

“友好元”，所以210  28 是“好数”. 9 分

1. ①当*n*  2024 时，集合 *A*  ** | **   *x*1，*x*2， ，*x*2024 ，*xi* 0，1 中的每个元素均有2024 个

“友好元”.

设 *B*  ** | **  0，0，，0，*a* ，*a* ，，*a* ，其中*a* 0，1，*i*  1，2，*d* ，则 *B* 中含

*d t*

有2*dt* 个元素

1 2 *dt i*

*t dt*

设 *B*  ** | **   1，1，，1 ，0，0，0，*x* ，，*x* ，其中*x* 0，1，*i*  1，2，*d*  ，则

*d* 

1



*i*   2024*di*1个1

*di*1 *di* 个0

*di*  *i i* 

*B* 含有2*di* 个元素， *i* 1，2，，*t* 1 12 分

*di*

此时令*C*  *A*  *B*

*d*1

∪ *B* ∪∪ *B*

2 *t*

*d*

*d*



… 13 分

对于*c*  *c*1，*c*2， ，*c*2024  *C* ，我们有：

② *c* 在每一个 *B* 中至多有一个“友好元”.

*d*

*i*

设*b*1   *x*1，*x*2， ，*x*2024  ，*b*2   *y*1，*y*2， ，*y*2024   *Bdi* ，且均是*c* 的“友好元”.由于*c*  *Bdi* ，从而*c* 与*b*1 不同的元素在前2024  *di* 位且后 *di* 位相同. 又因为*b*1，*b*2 的前2024  *di* 位相同，后

.

*di* 位至少一位不相同，因此| *c*1  *y*1 |  | *c*2  *y*2 | 

| *c*2024 

③ *c* 不能在 *B* 和 *B* 中均有“友好元”.

*d d*

*i j*

*y*2024 | 2 15 分

由于对于1  *i*  *j*  *t* ， *Bdi* 中的元素第2024  *d j* 1  1， 2024  *d j* 1  2 ， 2024  *d j* 都是1 ，而 *Bdi* 中2024  *d j* 1  1， 2024  *d j* 1  2 ， 2024  *d j* 都是0 ，且*d j*  *di*  3 ，从而*b*1 和*b*2之间至少有3 位元素不同， 所以不存在*b*1  *Bdi*，*b*2  *Bd j* 且均是*c* 的“友好元”.

从而*c* 在*C* 中至少有2023 个“友好元”，所以22024  2*d*1  2*d*2   2*dt*  是“好数”………17 分