**绝密★考试结束前**

**2020学年第二学期浙江省北斗星盟适应性联考**

**高三数学学科 试题**

考生须知：

1.本试题卷分选择题和非选择题两部分，共4页，满分150分，考试时间120分钟．

2.答题前，在答题卷指定区域填写班级、姓名、考场号、座位号及准考证号．

3.所有答案必须写在答题卷上，写在试卷上无效．

4.考试结束后，只需上交答题卷．

**选择题部分**

**一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.已知集合，，则（ ）

A. B. C. D.

2.水平放置的正三棱锥的正视图如图所示，则正三棱锥的体积为（ ）



A. B.

C. D.

3.不等式“”成立是不等式成立“”的（ ）

A.充分不必要条件 B.必要不充分条件

C.充要条件 D.既不充分也不必要条件

4.已知直线双曲线的一条渐近线，则双曲线的离心率为（ ）

A. B.2 C. D.

5.设，，为不重合的平面，，为不重合的直线，则其中正确命题的序号为（ ）

①，，则 ②，，，则

③，，则 ④，，，则

A.①③ B.②③ C.②④ D.③④

6.已知函数的部分图像如下图所示. 则能够使得变成函数的变换为（ ）



A.先将函数图像上每一个点的横坐标变为原来的倍，再把函数图像向左平移

B.先将函数图像上每一个点的横坐标变为原来的2倍，再把函数图像向左平移

C.先把函数图像向左平移，再将函数图像上每一个点的横坐标变为原来的倍

D.先把函数图像向左平移，再将函数图像上每一个点的横坐标变为原来的2倍

7.在一个箱子中装有大小形状完全相同的3个白球和2个黑球，现从中不放回的摸取3个球，设摸得的白球个数为，黑球个数为，则（ ）

A.， B.，

C.， D.，

8.已知数列为等差数列，其前项和为，若，，则满足的正整数的个数为（ ）

A.6 B.7 C.8 D.9

9.已知为椭圆的右焦点，点是直线上的动点，过点作椭圆的切线，，切点分别为，，则的值为（ ）

A.3 B.2 C.1 D.0

10.对函数（，且）的极值和最值情况，一定有（ ）

A.既有极大值，也有最大值 B.无极大值，但有最大值

C.既有极小值，也有最小值 D.无极小值，但有最小值

**非选择题部分**

**二、填空题：本大题共7小题，多空题每题6分，单空题每题4分，共36分．**

11.已知，，（是虚数单位），则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

12.已知角的始边在轴非负半轴上，终边经过，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

13.设，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14.已知，，当时，的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15.若等比数列的前项和为，则常数的值等于\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16.有6张卡片分别写有数字1，1，1，2，3，4，从中任取4张，可排出不同的四位数的个数是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．（用数字作答）

17.设是的外心，满足，若，则面积的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题：本大题共5小题，共74分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

18.已知的内角，，所对的边分别为，，，且．

（Ⅰ）若，求的大小；

（Ⅱ）若，，求．

19.已知直角梯形，，，，为的中点，将沿翻折至．

 

（Ⅰ）求证：；

（Ⅱ）若，求与平面所成角的正弦值．

20.已知数列的前项和为，，，且．

（Ⅰ）求；

（Ⅱ）求证：．

21.如图所示，已知抛物线的焦点为，过的直线交抛物线于，两点，在轴左侧且的斜率大于0．



（Ⅰ）当直线的斜率为1时，求弦长的长度；

（Ⅱ）点在轴正半轴上，连接，分别交抛物线于，，若且，求．

22.已知函数，，将的极小值点从小到大排列，形成的数列记为，，首项记为．

（Ⅰ）证明，；

（Ⅱ）证明是单调递增数列；

（Ⅲ）求的最小值．

**2020学年第二学期浙江省北斗星盟适应性联考**

**高三数学学科 答案**

【答案解析】

1.【答案】B

【解析】由知，又，所以．再由得，又，所以．于是，故答案选择B．

2.【答案】A

【解析】由图知，于是，进而，三棱锥的高为（因为顶点在底面的射影为的重心），所以



3.【答案】B

【解析】不等式的解为，所以条件的充分性不成立．

4.【答案】A

【解析】双曲线的渐近线为，所以，从而其离心率为．

5.【答案】D

【解析】①中，可以相交并垂直于，②中直线可能不在平面内．

6.【答案】C

【解析】

7.【答案】C

【解析】的取值可能为1，2，3，易知，，，所以．的取值可能为0，1，2，易知，，，所以．易知．又，所以

8.【答案】B

【解析一】由数列为等差数列，且，知，即．所以，由





解得，又因为，所以，的个数为7．

【解析二】由，知．

若，则数列为递增数列，知，，所以，．

即当时，；当时，．

又因为，所以当时，；当时，．

所以，当时，，的个数为7．

若，则数列为递减数列，同理可得，时，，的个数为7．

9.【答案】D

【解析】设点，则，即，从而恒过椭圆的右焦点，从而．

10.【答案】C

【解析】，下面讨论方程根的情况．令，，

（Ⅰ）当时（即），仅有一个唯一的正零点，不妨设为，此时有三个不同零点，分别为，0，；

（Ⅱ）当时（即）；

（Ⅲ）当时（即且），若（即且），则仅有一个唯一的极小值点为0，若，结合分析可知：当时，有两个不同的正零点（令为，且）．此时在，，上单调递减，当时，则仅有一个唯一的极小值点为0．综上分析，答案为C．

11.【答案】；

【解析】，所以，解得，所以，．

12.【答案】；

【解析】，又，所以．

13.【答案】16；

【解析】取得；因为的系数可由展开式得．

14.【答案】；2

【解析】，解得，等号当且仅当，时成立；

，所以，进而，等号当且仅当，时成立．

15.【答案】l

【解析】，由等比数列满足得．

16.【答案】72

【解析】分三类：有1个“1”：共有；有2个“1”：共有；有3个“1”：共有．

17.9

【解析】，其中为边中点，

所以，于是化简得，又，所以联立得，所以．

18.【解析】（1）由正弦定理可得，，

所以，进而易得，

，，

进而．

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知，，所以，

由余弦定理可知，，于是．

所以，，进而．

19.【解析】（1）取中点，中点，连接，，，，

因为四边形为直角梯形，且，，

，则，且为中点，所以，

又为中点，为的中点，所以，则，又，即翻折后，，因此，

又，所以面，面，则．



（2）【解析一】

由（1）知，设与平面所成角为，点到面的距离为，不妨设，则，

由，得，

，所以．

【解析二】以点为坐标原点，分别以，为，轴建立空间直角坐标系如图：不妨设，则，，，；

设面的法向量为，，，则：

得面的一个法向量为，

设与平面所成角为，则．



20.【解析】（1），

所以，进一步得，

又，

所以是以1为首项，1为公差的等差数列．于是．

（2）令，则，当时，，此时，

所以当时

．

显然，于是问题得证．

21.【解析】（1）显然，所以，

联立得，于是，

所以．



（2）设，，因为，，

所以，

即，

所以设，同理，即，同为方程的两根，于是，．

又因为，所以，解得．

22.【解析】（1），于是令，所以，

即在上单调递减，在上单调递增．

又，，所以在上有唯一零点且为的极大值点，又，所以在由唯一的零点且位于，易知此零点为函数的极小值点．所以，．

（2）令，

又，即，令，

则，

所以，又因为，所以在上单调递减，于是．

（3）显然的极小值中最小的值为的最小值，又

，

又，

所以，所以．