义乌市2021届高三适应性考试

数 学 试 卷

本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分. 考试时间120分钟. 试卷总分为150分. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上.

参考公式：

如果事件 A、B 互斥，那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件 A、B 相互独立，那么

$P(AB)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率为 p，那么 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\cdots,n)$

台体的体积公式

$V=\dfrac{1}{3}(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)h$

其中 S_1、S_2 表示台体的上、下底面积，h 表示棱台的高.

柱体的体积公式

$V=Sh$

其中 S 表示柱体的底面积，h 表示柱体的高

锥体的体积公式

$V=\dfrac{1}{3}Sh$

其中 S 表示锥体的底面积，h 表示锥体的高.

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

球的体积公式

$V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

第Ⅰ卷 选择题部分（共40分）

一、选择题（本大题共10小题，每小题4分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $P=\{x|-2<x<1\}$，$Q=\{x|x\geqslant 0\}$，那么 $P\cup(C_UQ)=$（ ▲ ）

A. $(-2,0)$　　B. $(0,1)$　　C. $(-\infty,0)\cup(0,1)$　　D. $(-\infty,1)$

2. 已知实数 x,y 满足 $\begin{cases} y\geqslant 0 \\ 2x-3y+6\geqslant 0 \\ 3x-2y-6\leqslant 0 \end{cases}$，则 $z=2x+y$ 的最大值为（ ▲ ）

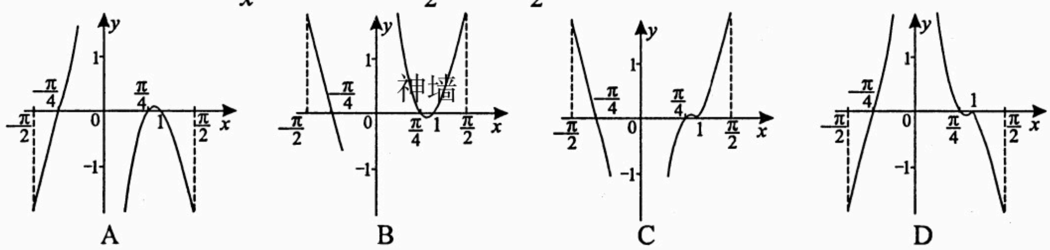
A. 12　　B. 14　　C. 16　　D. 18

3. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$，则“$b\geqslant 0$”是“$a^2+b\geqslant 0$”的（ ▲ ）

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 函数 $f(x)=(x^2-\dfrac{1}{x})\cdot\cos(2x)$ $(-\dfrac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\dfrac{\pi}{2})$ 的图像可能是（ ▲ ）



5. 下列函数中，在定义域内单调递增且是奇函数的是（ ▲ ）

A. $y=\log_2(\sqrt{x^2+1}-x)$　　B. $y=\sin x$

C. $y=2^x-2^{-x}$　　D. $y=|x-1|$

6. ΔABC 的三内角 A,B,C 所对的边分别是 a,b,c，下列条件中能构成 ΔABC 且形状唯一确定的是（ ▲ ）

A. $b\cos A\cos C+c\cos(B+C)\cos B=0, C=60^\circ$

B. $a=1, b=\sqrt{3}, A=30^\circ$

C. $\sin^2 A+\sin^2 C+\sqrt{2}\sin A\sin C=\sin^2 B, A=45^\circ$

D. $a=1, b=2, c\in\mathbf{Z}$

7. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，$F_1$、$F_2$ 为左右焦点，M 为坐标平面上一点，若 ΔMF_1F_2 为等腰直角三角形且 MF_2 的中点在该曲线上，则双曲线离心率的可能值中最小的是（ ▲ ）

A. $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}$

8. 已知圆 $x^2+y^2=1$ 与圆 $x^2+2mx+y^2+ny=0$（m,n 是正实数）相交于 A、B 两点，O 为坐标原点. 当 ΔAOB 的面积最大时，则 $\dfrac{(4m^2+1)(n^2+1)}{mn}$ 的最小值是（ ▲ ）

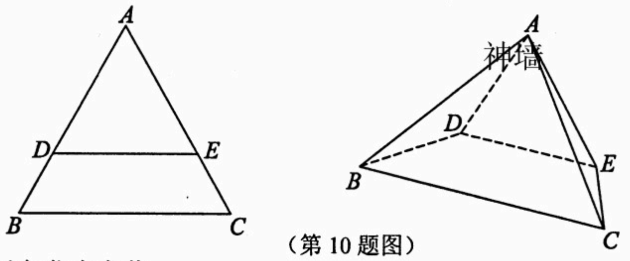
A. $2\sqrt{6}$　　B. 8　　C. 7　　D. $4\sqrt{3}$

9. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x, & x\geqslant 0\\ kx+b, & x<0\end{cases}$，若对于任意一个正数 a，不等式 $|f(x)-f(0)|>\dfrac{1}{3}$ 在 $(-a,a)$ 上都有解，则 k,b 的取值范围是（ ▲ ）

A. $k\in\mathbf{R}, b\in(-\infty,\frac{2}{3})\cup(\frac{4}{3},+\infty)$　　B. $k<0, b\in(\frac{2}{3},\frac{4}{3})$

C. $k\in\mathbf{R}, b\in(\frac{2}{3},+\infty)$　　D. $k<0, b\in(-\infty,\frac{4}{3})$

10. 如图，在等边三角形 ABC 中，D, E 分别是线段 AB, AC 上异于端点的动点，且 $BD=CE$，现将三角形 ADE 沿直线 DE 折起，使平面 $ADE\perp$ 平面 $BCED$，当 D 从 B 滑动到 A 的过程中，则下列选项中**错误**的是（ ▲ ）



（第 10 题图）

A. $\angle ADB$ 的大小不会发生变化

B. 二面角 A–BD–C 的平面角的大小不会发生变化

C. BD 与平面 ABC 所成的角变大

D. AB 与 DE 所成的角先变小后变大

第Ⅱ卷　非选择题部分（共 110 分）

二、填空题（本大题共 7 小题，多空题每小题 6 分，单空题每小题 4 分，共 36 分.）

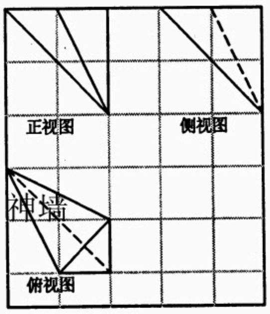
11. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$，i 是虚数单位. 若 $z=(a-2\mathrm{i})(1+b\mathrm{i})$ 为实数，则 $ab=$__▲__，$|z|$ 的最小值为__▲__.

12. 设 $(2+x)^n-(3+x)^3=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots\cdots+a_nx^n$，$n\in\mathbf{N}^*$，若 $a_0+a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n=17$，则 $n=$__▲__，$a_2=$__▲__.

13. 设随机变量 X 的分布列如下：

X	0	1	2	3
P	0.1	a	b	0.4

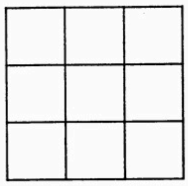
则 $a+b=$__▲__，若数学期望 $E(X)=2$，则方差 $D(X)=$__▲__.



（第 14 题图）

14. 某几何体的三视图如图所示，每个小正方形边长都是 1，则该几何体的体积为__▲__，表面积为__▲__.

15. 已知数列 $a_n=\left|2^n-4n\right|$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=$__▲__.


（第 16 题图）

16. 将 2 个 2021，3 个 2019，4 个 2020 填入如右图的九宫格中，使得每行数字之和、每列数字之和都为奇数，不同的填法有__▲__种.（用数字回答）

17. 若平面向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=\sqrt{3}$，$4-\vec{a}\cdot\vec{b}=2|\vec{a}-\vec{b}|$，则 $|\vec{a}+\vec{b}|\cdot|\vec{a}-\vec{b}|$ 的取值范围是__▲__.

三、解答题（本大题共 5 小题，共 74 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.）

18.（本题满分 14 分）已知函数 $f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{6})\sin(\frac{\pi}{3}-x)+\cos^2(x-\frac{\pi}{3})$.

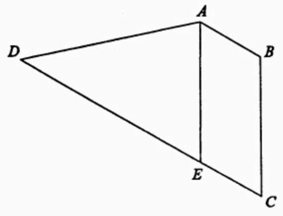
（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

（Ⅱ）若函数 $g(x)=f(x+\varphi-\frac{\pi}{24})-\frac{1}{2}$，$\varphi\in(0,\pi)$，且 $\tan\varphi=\frac{3}{4}$，求函数 $g(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的取值范围.

19.（本题满分 15 分）如图 1，平行四边形 $ABCE$ 中，$AE=2CE=4$，$\angle AEC=\frac{2\pi}{3}$，在 CE 的延长线上取一点 D，使得 $ED=3CE$；现将 ΔADE 沿 AE 翻折到图 2 中 $\Delta AD'E$ 的位置，使得 $CD'=\sqrt{55}$.

（Ⅰ）求证：$AE\perp BD'$；

（Ⅱ）求直线 CD' 与面 $AD'E$ 所成角的正弦值.



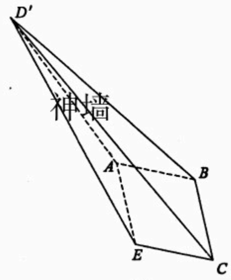


图 1　（第 19 题图）　图 2

20.（本题满分 15 分）已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_n>0$，$a_1=1$，$S_{n-1}=a_n^{\ 2}-a_n$ $(n\geqslant 2，n\in\mathbf{N}^*)$.

（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

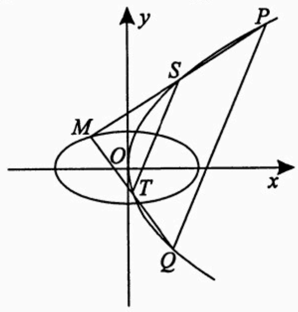
（Ⅱ）若数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_{n+1}=b_n\cdot 2^{a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n；

（Ⅲ）若数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_1=\frac{1}{2},c_n>0$，$c_{n+1}(\frac{1}{c_n}-\frac{1}{a_n^{\ 2}+c_n})=1,n\in\mathbf{N}^*$，求证：$c_n<3$.

21.（本题满分 15 分）已知抛物线 C_1：$y^2=4x$，椭圆 C_2：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$，点 M 为椭圆 C_2 上的一个动点，抛物线 C_1 的准线与椭圆 C_2 相交所得的弦长为 $\sqrt{3}$．直线 l 与抛物线 C_1 交于 PQ 两点，线段 MP、MQ 分别与抛物线 C_1 交于 S、T 两点，恰好满足 $\overrightarrow{PQ}=2\overrightarrow{ST}$.

（Ⅰ）求椭圆 C_2 的标准方程；

（Ⅱ）求以 ST 为直径的圆面积的最大值.



（第 21 题图）

22.（本题满分 15 分）已知函数 $f(x)=a\ln x+\frac{1}{2}x-2a\sqrt{x}$ 有两个极值点 x_1、x_2.

（Ⅰ）求实数 a 的取值范围；

（Ⅱ）求证：$f(x_1)<0$；

（Ⅲ）若 $x_2\geqslant 9x_1$，求 $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ 的最大值.