高三数学学科 试题

考生须知：

1．本卷共 4 页满分 150 分，考试时间 120 分钟。

2．答题前，在答题卷指定区域填写班级、姓名、考场号、座位号及准考证号并填涂相应数字。

3．所有答案必须写在答题纸上，写在试卷上无效。

4．考试结束后，只需上交答题纸。

选择题部分

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知集合 $A=\{x\mid y=\ln(x-1)\}$，$B=\{x\mid x^2-2x\le 0\}$，则 $A\cap B=$

A．[1，2）　　B．(1，2]　　C．（0，3]　　D．[1，2]

2．已知复数 $z=a-bi\ (b<0)$，满足 $|z|=1$，复数 z 的实部为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，则复数 z 的虚部是

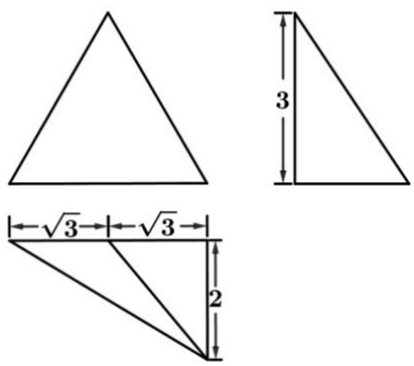
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

3．某三棱锥的三视图如图所示.则该三棱锥内切球的半径是

A．$\frac{7-\sqrt{13}}{6}$　　B．$\frac{7+\sqrt{13}}{6}$　　C．$\frac{\sqrt{6}}{6}$　　D．$2\sqrt{2}$

4．已知过平面 α 外一点 A 的斜线 l 与平面 α 所成角为 $\frac{\pi}{6}$，斜线 l 交平面 α 于点 B，若点 A 与平面 α 的距离为 1，则斜线段 AB 在平面 α 上的射影所形成的图形面积是

A. 3π　　B. 2π　　C. π　　D. $\frac{\pi}{2}$



5.已知 $\alpha\in R$，则“$\sin 2\alpha+\cos 2\alpha=\frac{1}{5}$”是“$\sin\alpha=2\cos\alpha$”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

6.由于疫情防控需要，电影院观影实行隔空位就座。甲、乙、丙、丁四个人结伴前往观影，已知目前只剩同一排的 8 个空位，甲、乙必须在丁的同侧，则不同的坐法种数是

A. 16　　B. 40　　C. 80　　D. 120

7.已知袋中不加区分的若干个球，其中 3 个红球，1 个黄球，n个黑球，每次从袋中任取一球，取后不放回，一旦摸到黑球即停止摸球，并记此时摸球的次数为 X，若 $p(X=1)=\frac{1}{5}$，则 $E(X)=$

A.4　　B.3　　C.2　　D.1

8.已知 F_1，F_2 分别为双曲线 C:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$ 左、右焦点，直线 l 过 F_1 交双曲线的左支于 M,N 两点，若线段 MF_2 中点恰好在 y 轴上，且 $\cos\angle MF_2F_1=\frac{1}{3}$，则双曲线 C 的离心率是

A.$2\sqrt{2}$　　B.$3+2\sqrt{2}$　　C.$\frac{5+2\sqrt{2}}{2}$　　D.$2+\sqrt{2}$

9.已知函数 $f(x)=\begin{cases}|e^x-1|,x<2\\ \frac{e^2-1}{x-1},x\geq 2\end{cases}$，若方程 $f(x)=kx$ 有且仅有 3 个不等实根，则实数 k 的取值范围是

A. $0<k<1$　　B. $1<k<\frac{e^2-1}{2}$

C. $-1<k<0$或$0<k<\frac{e^2-1}{2}$　　D. $-1<k<0$

10.已知数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n^{\ 2}+a_n+2\ln(a_n-1)$，$2\leq a_1\leq e+1$($e$ 为自然对数的底数)，则

A.$a_{n+1}\leq a_n$　　B.$a_n^{\ 2}>2a_{n+1}$　　C. $a_{n+1}\geq 3$　　D. $a_{n+1}\leq\frac{e^2}{4}$

非选择题部分

二、填空题：本大题共 7 小题，共 36 分.多空题每小题 6 分，单空题每小题 4 分.

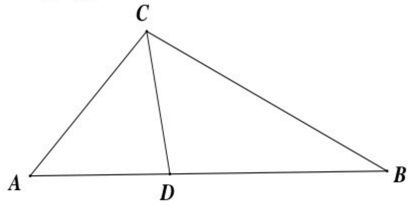
11.已知双曲线 C:$\frac{x^2}{4}-y^2=1$，则双曲线 C 的渐近线方程是______，离心率等于______.

12.$(2\sqrt{x}-1)^5$ 展开式中常数项是____________，二项式系数和是_____________.

13. 已知实数 x，y 满足 $\begin{cases}x-y+1\leq 0\\ x+2y-8\leq 0\\ x\geq 1\end{cases}$,则 $z=x+y$ 的最大值是_______,$\frac{x+y+4}{x+3}$ 的最小值是______.

14．已知数列$\left\{a_n\right\}$前 n 项和为 S_n，数列$\{\frac{2S_n-n}{n}\}$是以1为首项，1为公差的等差数列，则 $\frac{a_1+a_n}{S_{n+4}}$ 的最大值是____________.

15．如图所示，在ΔABC中，已知$\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$D$为边$AB$上的一点，且满足$AD=CD=\dfrac{5}{3},\angle BCD=\dfrac{\pi}{3}$，则$\sin B=$________，$BD=$________.



（第15题图）

16．已知正实数x,y满足$x+2y=xy$，则$x+2y+\dfrac{x}{y}$的最神墙小值是_______.

17．已知ΔABC中，边BC上的高为2，H为BC上一动点，满足$\overrightarrow{AB}\cdot\sin B+\overrightarrow{AC}\cdot\sin C=\overrightarrow{AH}$则$AB+AC$的最小值是______________.

三、解答题：本大题共5小题，共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18．已知函数$f(x)=\dfrac{1}{2}\cos^4 x-\sin x\cos x-\dfrac{1}{2}\sin^4 x$.

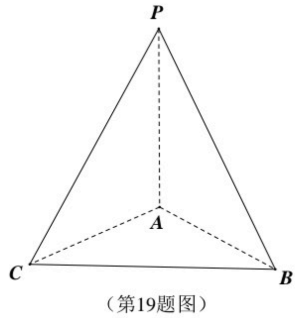
（I）求$f(x)$的最小正周期及单调减区间；

（II）在ΔABC中，A,B,C所对的边分别为a,b,c，若$f(\dfrac{A}{2})=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$BC$边上的中线$AD=\sqrt{2}$，求$b^2+c^2$的最大值.

19.如图，ΔPAB中，$\angle PAB=\dfrac{\pi}{2}$，$PA=2AB=2$，现将$\Delta PAB$以$PA$为轴旋转，将$B$点旋转至$C$点，使得$PB\perp AC$.

（I）求BC；

（II）求PA与面PBC所成角的正弦值.



（第19题图）

20. 已知正项数列　　满足$a_1=1$，且$na^2_{n+1}-(n+1)a^2_n=a_n\cdot a_{n+1}$，$n\in N^*$ 数列$\{b_n\}$满足$b_1=4$，且点(b_n,b_{n+1}) 在函数$f(x)=2x$的图像上.

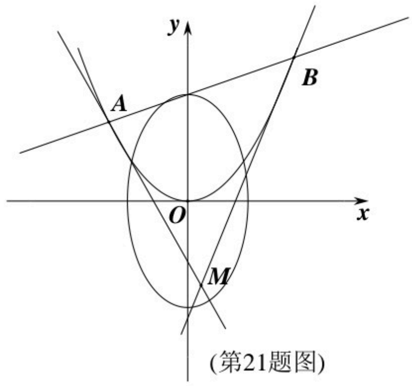
（I）求　　和$\{b_n\}$的通项公式；

（II）设$c_n=\dfrac{(-1)^n a^2{}_n b_n}{3+(-1)^n}(n\in N^*)$，求数列$\{c_n\}$的前$2n$项和$T_{2n}$.

21. 已知抛物线 E：$x^2=4y$ 与椭圆$C:\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$具有相同的焦点，且椭圆的离心率为$\dfrac{1}{2}$，过椭圆$C$的上顶点直线$l$交抛物线$E$于$A,B$两点，分别以$A,B$为切点作抛物线$E$的切线$l_1$，$l_2$，相交于点$M$.

（I）求椭圆C的方程；

（II）求ΔMAB面积的最小值.



(第21题图)

22. 已知函数$f(x)=e^{2x}-(a+2)x$，$a\in R$.

（I）讨论函数$f(x)$的单调性；

（II）若任意$x>0$，总有$f(x)\geq 1+\ln 2x$成立，求a的神墙取值范围.