金华十校 2020–2021 学年第一学期调研考试

高三数学试题卷

本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分.考试时间 120 分钟. 试卷总分为 150 分。请考生按规定用笔将所用试题的答案涂、写在答题纸上.

参考公式：

如果事件 A、B 互斥，那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件 A、B 相互独立，那么

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率为 p，那么 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\cdots,n)$

台体的体积公式

$V=\dfrac{1}{3}(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)h$

其中 S_1、S_2 表示台体的上、下底面积，h 表示台体的高.

柱体的体积公式

$V=Sh$

其中 S 表示柱体的底面积，h 表示柱体的高

锥体的体积公式

$V=\dfrac{1}{3}Sh$

其中 S 表示锥体的底面积，h 表示锥体的高.

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

球的体积公式

$V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

选择题部分（共 40 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$，$B=\{x|-2\leqslant x\leqslant 0\}$，则 $A\cup B=$

A．$\{x|-1\leqslant x\leqslant 0\}$　B．$\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$　C．$\{x|-2\leqslant x\leqslant -1\}$　D．$\{x|-2\leqslant x\leqslant 1\}$

2. 设 $(1+i)x=1+yi$，其中 i 为虚数单位，x, y 是实数，则 $|x+yi|=$

A．1　B．$\sqrt{2}$　C．$\sqrt{3}$　D．2

3. 设 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y\leqslant 3, \\ y\leqslant 2x, \\ y\geqslant 0, \end{cases}$ 则 $z=2x+y$ 的最大值是

A．3　B．4　C．5　D．6

4. 已知直线 l, m 和平面 α，直线 $l\not\subset\alpha$，直线 $m\subset\alpha$，则“$l\,//\,m$”是“$l\,//\,\alpha$”的

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件

C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

5. 在 $\left(\dfrac{1}{x}+2x\right)^6$ 的展开式中，常数项是

A．60　B．120　C．160　D．960

6. 已知等比数列$\{a_n\}$的公比为q，首项为a，前n项和为S_n，

A. 若$a>0$，则$a_nS_n>0$　　B. 若$q>0$，则$a_nS_n>0$

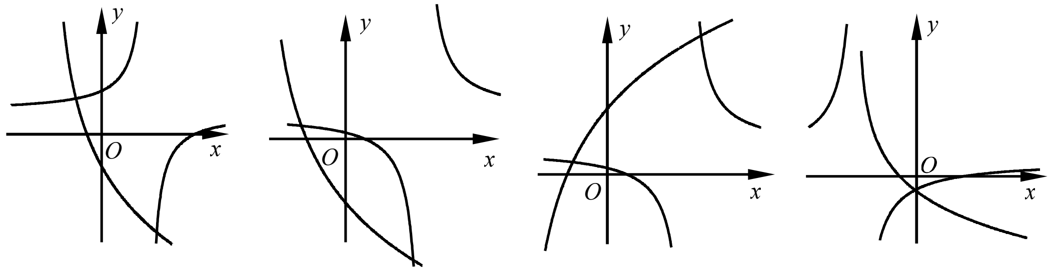
C. 若$a<0$，则$a_nS_n<0$　　D. 若$q<0$，则$a_nS_n<0$

7. 某次全程马拉松比赛中，选手甲前半程以速度a匀速跑，后半程以速度b匀速跑；选手乙前一半时间以速度a匀速跑，后一半时间以速度b匀速跑 (注：速度单位 m/s)，若$a\neq b$，则

A.甲先到达终点　　B.乙先到达终点

C.甲乙同时到达终点　　D.无法确定谁先到达终点

8. 在同一直角坐标系中，$y=a-\dfrac{1}{x+b}$与$y=\log_a(x-b)$的图象可能是

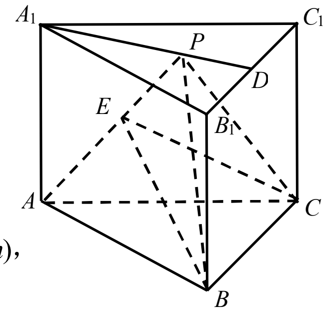


A.　　B.　　C.　　D.

9. 如图，正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的高为4，底面边长为$4\sqrt{3}$，D是B_1C_1的中点，P是线段A_1D上的动点，过BC作截面$\alpha\perp AP$于E，则三棱锥$P-BCE$体积的最小值为

A. 3　　B. $2\sqrt{3}$

C. $4\sqrt{3}$　　D. 12



第9题图

10. 已知函数$f(x)=x^3+ax+b$，a，$b\in\mathbf{R}$. x_1，$x_2\in(m，n)$且满足$f(x_1)=f(n)$，$f(x_2)=f(m)$，对任意的$x\in[m，n]$恒有$f(m)\leqslant f(x)\leqslant f(n)$，则当$a$，$b$取不同的值时，

A. $n+2x_1$与$m-2x_2$均为定值

B. $n-2x_1$与$m+2x_2$均为定值

C. $n-2x_1$与$m-2x_2$均为定值

D. $n+2x_1$与$m+2x_2$均为定值

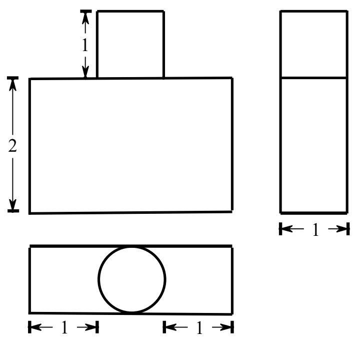
非选择题部分（共 110 分）

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每小题 6 分，单空题每小题 4 分，共 36 分.

11. 双曲线C：$\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$右焦点F的坐标为__▲__；

点F到双曲线C的渐近线的距离是__▲__.

12. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是__▲__.



第12题图

13. 已知函数$f(x)=\cos x(\cos x-\sin x)$，则$f(x)$的最小正周期是__▲__；

若$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，则$f(x)$的最小值是__▲__.

14. 某种茶水用100℃的水泡制，再等到60℃时饮用可产生最佳口感. 已知茶水温度y(单位：℃)与经过时间t(单位：min)的函数关系是：$y=ka^t+y_0$，其中a为衰减比例，y_0是室温，t=0时，y为茶水初始温度.若室温为20℃，$a=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{8}}$，茶水初始温度为100℃，则$k$=___▲___℃，产生最佳口感所需时间是___▲___min.

15. 设F_1，F_2为椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点，过$F_2$的直线$l$与椭圆交于$A$，$B$两点，若$\overrightarrow{AF_1}\cdot\overrightarrow{AF_2}=0$，$\overrightarrow{AF_2}=3\overrightarrow{F_2B}$，则椭圆$C$的离心率为___▲___.

16. 一个盒子里有2个黑球和3个白球，现从盒子里随机每次取出1个球，每个球被取出的可能性相等，取出后不放回，直到某种颜色的球全部取出. 设取出黑球的个数为ξ，则$P(\xi=1)$=___▲___，$E(\xi)$=___▲___.

17. 已知△ABC是边长为2的正三角形，平面上两动点O, P满足$\overrightarrow{OP}=\lambda_1\overrightarrow{OA}+\lambda_2\overrightarrow{OB}+\lambda_3\overrightarrow{OC}$ ($\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=1$且$\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3\geqslant 0$).若$|\overrightarrow{OP}|=1$，则$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$的最大值为___▲___.

三、解答题：本大题共5小题，共74分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18. (本小题满分14分)

从①$\cos B+\cos\frac{B}{2}=0$；②$\sin^2A-\sin^2B+\sin^2C+\sin A\sin C=0$；③$b\cdot\cos C+(2a+c)\cos B=0$，这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，并加以解答.

在△ABC中，a,b,c分别是角A,B,C的对边，若________________________________，

(Ⅰ)求B;

(Ⅱ)若△ABC面积的最大值为$\frac{\sqrt{3}}{12}$，求b.

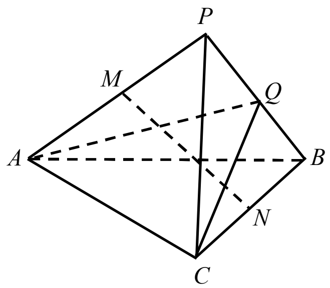
注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

19. (本小题满分15分)

在三棱锥$P-ABC$中，平面$PAC\perp$平面ABC，$PA=PB=AB=\sqrt{2}AC=\sqrt{2}BC$.

(Ⅰ)证明：$PC\perp$平面ABC;

(Ⅱ)已知Q,M,N分别为线段PB, PA,BC的中点，求直线MN与平面QAC所成角的正弦值.



第19题图

20. (本小题满分 15 分)

已知数列$\{a_n\}$满足：$(2n-1)\,a_{2n-1}=q^{n-1}$，$\dfrac{2}{a_2}+\dfrac{4}{a_4}+\cdots+\dfrac{2n}{a_{2n}}=\dfrac{3}{2}n^2+\dfrac{1}{2}n\ (n\in\mathbf{N}^*)$.

(Ⅰ)求a_{2n}；

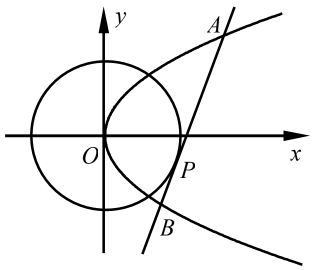
(Ⅱ)若$\dfrac{7}{5}<q<\dfrac{5}{3}$，求数列$\{a_n\}$的最小项.

21．(本小题满分 15 分)

如图，直线l：$x=ty+n$与抛物线C：$y^2=x$交于A，B两点，且l与圆O：$x^2+y^2=1$相切于点$P(x_0，y_0)$.

(Ⅰ)证明：$ny_0+t=0$；

(Ⅱ)求$|PA|\cdot|PB|$（用n表示）.



第 21 题图

22．(本小题满分 15 分)

设$a\in\mathbf{R}$，已知函数$f(x)=\dfrac{\ln(x+a)}{x}$，$g(x)=\mathrm{e}^{-x}$.

(Ⅰ)当$a=1$时，证明：当$x>0$时，$f(x)>g(x)$；

(Ⅱ)当$a>1$时，证明：函数$y=f(x)-g(x)$有唯一零点.