

# 台州市 2020 学年第一学期高三年级期末质量评估

## 数 学

参考公式:

如果事件  $A, B$  互斥, 那么:  $P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件  $A, B$  相互独立, 那么:  $P(A \cdot B)=P(A) \cdot P(B)$

如果事件  $A$  在一次试验中发生的概率为  $p$ , 那么  $n$  次独立重复试验中事件  $A$  恰好发生  $k$  次的概率:

$$P_n(k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k} (k=0, 1, 2, \dots, n)$$

柱体的体积公式:  $V=Sh$

其中  $S$  表示柱体的底面积,  $h$  表示柱体的高

锥体的体积公式:  $V=\frac{1}{3}Sh$

其中  $S$  表示锥体的底面积,  $h$  表示锥体的高

台体的体积公式:  $V=\frac{1}{3}h(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)$

其中  $S_1, S_2$  分别表示台体的上、下底面积,  $h$  表示台体的高

球的表面积公式:  $S=4\pi R^2$

其中  $R$  表示球的半径

球的体积公式:  $V=\frac{4}{3}\pi R^3$

一、选择题(本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 每小题给出的选项中只有一个是符合题目要求的, 不选、多选、错选均不得分)

1. 设集合  $A=\{x|0 < x \leq 2\}$ ,  $B=\{x|1 \leq x < 3\}$ , 则  $A \cup B=$  ( )

- A.  $\{x|0 < x < 1\}$                       B.  $\{x|1 \leq x \leq 2\}$                       C.  $\{x|2 \leq x < 3\}$                       D.  $\{x|0 < x < 3\}$

2. 已知  $A$  是  $\triangle ABC$  的内角, 则“ $A=\frac{\pi}{3}$ ”是“ $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ”的 ( )

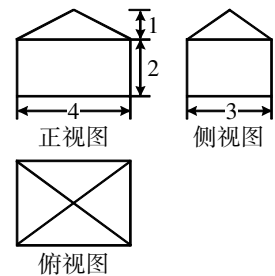
- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                  D. 既不充分也不必要条件

3. 设实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x-2y \leq 1, \\ 2x-y \geq 2, \end{cases}$  则  $x+y$  的最小值是 ( )

- A. 2    B. -2    C. 1    D. -1

4. 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积是 ( )

- A. 24    B. 28  
C. 32    D. 36

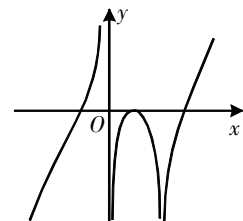


5. 过抛物线  $C: y^2=2px (p>0)$  的焦点  $F$  作斜率为  $\sqrt{3}$  的直线  $l$ , 与抛物线  $C$  在第一象限交于点  $P$ , 若  $|PF|=4$ , 则点  $P$  的横坐标是 ( )

- A. 3    B.  $\frac{1}{3}$   
C.  $\frac{1}{2}$     D. 2

6. 函数  $f(x)$  的大致图象如图所示, 则  $f(x)$  的解析式可能是 ( )

- A.  $f(x)=(x+\frac{1}{x})\ln|x-2|$                       B.  $f(x)=(x-\frac{1}{x})\ln(|x|-2)$   
C.  $f(x)=(x-\frac{1}{x})\ln|x-2|$                       D.  $f(x)=(x+\frac{1}{x})\ln(|x|-2)$



7. 已知函数  $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})-\frac{x^2}{2}-mx$  在  $[0, \frac{\pi}{6}]$  上单调递减, 则实数  $m$  的最小值是 ( )

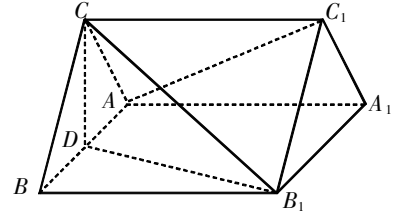
- A.  $-\sqrt{3}$     B.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$     C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     D.  $\sqrt{3}$



19. (本题满分 15 分)如图,在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,侧面  $AA_1B_1B, AA_1C_1C$  均为菱形,  $AA_1=2, \angle ABB_1 = \angle ACC_1=60^\circ, D$  为  $AB$  的中点.

(1)求证:  $AC_1 \parallel$  平面  $CDB_1$ .

(2)若  $\angle BAC=60^\circ$ ,求直线  $AC_1$  与平面  $BB_1C_1C$  所成角的正弦值.



20. (本题满分 15 分)已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = \frac{1}{2}, a_{n+1} - 2a_n = \frac{2n+3}{4n^2-1}, n \in \mathbf{N}^*$ .

(1)设  $b_n = a_n + \frac{1}{2n-1}$ , 求证: 数列  $\{b_n\}$  是等比数列.

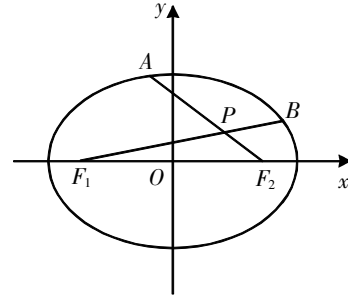
(2)设数列  $\{\frac{1}{a_n}\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 求证:  $S_n < 3, n \in \mathbf{N}^*$ .

21. (本题满分 15 分)如图,  $F_1, F_2$  分别为椭圆  $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  的左, 右焦点, 椭圆  $C$  上有两个不同的点  $A, B$ , 且

$A, B$  均在  $x$  轴上方, 点  $P$  满足  $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{PF_2}, \overrightarrow{PF_1} = \lambda \overrightarrow{BP}$ .

(1) 求椭圆两个焦点的坐标.

(2) 判断  $|PF_1| + |PF_2|$  是否为常数? 说明理由.



22. (本题满分 15 分)已知  $a, b \in \mathbf{R}$ , 函数  $f(x) = axe^x + b$ , 曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线方程为  $y = x - 1$ .

(1) 求  $a, b$  的值及  $f(x)$  的最小值.

(2) 设函数  $g(x) = x \ln x$ , 若对于任意的  $x \in (0, +\infty)$ ,  $f(2x) + 1 \geq g(mx)$  恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.