6月大数据精选模拟卷05（浙江卷）（临考预热篇）（解析版）

数学

一、单选题：本大题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若集合，则（ ）

A． B． C． D．

【答案】A

【解析】

由已知，所以．故选A．

2．已知复数满足（为虚数单位），则的虚部为（ ）

A． B． C． D．

【答案】A

【解析】

∵

∴

∴

∴的虚部为1

故选：*A*.

3．已知抛物线的准线与圆相切，则的值为（ ）

A． B． C． D． [来

【答案】D

【解析】

试题分析：抛物线的准线为，，所以

4．函数的图象大致是

A． B．

C． D．

【答案】A

【解析】

 由题意，函数满足，

所以函数为奇函数，图象关于原点对称，排除C，

又由且，排除B、D，故选A．

5．的展开式中的常数项为( )

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】

的展开式的通项为，

令，可得，所以的展开式中的常数项为．

本题选择*C*选项.

6．已知三棱锥$P-ABC$的外接球$O$，$PC$为球$O$的直径，且$PC=2$，$PA=PB=\sqrt{3}$，$AB=1$，那么顶点$P$到平面$ABC$的距离为（ ）

A．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B．$\frac{3\sqrt{3}}{4}$ C．$\frac{2\sqrt{6}}{3}$ D．$\frac{3\sqrt{6}}{4}$

【答案】C

【解析】

由$PC$为球$O$的直径可知：$PA⊥AC$，$PB⊥BC$，

即$AC=BC=1$，所以$ΔABC$为等边三角形，即$ΔABC$外接圆的半径$r=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

因为球$O$的半径$R=1$，所以点$O$到平面$ABC$的距离$d=\sqrt{R^{2}-r^{2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

即顶点$P$到平面$ABC$的距离为$2d=\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

7．某市环保局举办“六·五”世界环境日宣传活动，进行现场抽奖.抽奖规则是：盒中装有10张大小相同的精美卡片，卡片上分别印有“环保会徽”或“绿色环保标志”图案.参加者每次从盒中抽取卡片两张，若抽到两张都是“绿色环保标志”卡即可获奖.已知从盒中抽两张都不是“绿色环保标志”卡的概率是.现有甲、乙、丙、丁四人依次抽奖，抽后放回，另一人再抽，用表示获奖的人数，那么（ ）

A． B． C． D．

【答案】A

【解析】

.设盒中装有10张大小相同的精美卡片，其中印有“环保会徽”的有张，“绿色环保标志”图案的有张，

由题意得，解得，

所以参加者每次从盒中抽取卡片两张，获奖概率，

所以现有甲、乙、丙、丁四人依次抽奖，抽后放回，另一人再抽，

用表示获奖的人数，则，

所以.

故选：A

8．将，边长为1的菱形沿对角线折成二面角，若，则折后两条对角线之间的距离的最值为（ ）

A．最小值为，最大值为

B．最小值为，最大值为

C．最小值为，最大值为

D．最小值为，最大值为

【答案】B

【解析】

取的中点为，的中点为，连接，，，，，

四边形是边长为1且的菱形

与是两个边长为1的等边三角形

，，

为二面角的平面角，即，.

又

，即

为折后两条对角线的公垂线段，则折后两条对角线之间的距离为

在中，



当时，取最小值，

当时，取最大值，



故选：B

9．已知点．若曲线上存在，两点，使为正三角形，则称为型曲线．给定下列三条曲线：

①；

②；

③．

其中型曲线的个数是

A． B．

C． D．

【答案】B

【解析】

对于①，*A*（-1，1）到直线*y*=-*x*+3的距离为，若直线上存在两点*B*，*C*，使△*ABC*为正三角形，则|*AB*|=|*AC*|=，以*A*为圆心，以为半径的圆的方程为（*x*+1）2+（*y*-1）2=6，联立
解得，或，后者小于0，所以对应的点不在曲线上，所以①不是．
对于②，化为，图形是第二象限内的四分之一圆弧，此时连接*A*点与圆弧和两坐标轴交点构成的三角形顶角最小为135°，所以②不是．
对于③，根据对称性，若上存在两点*B*、*C*使*ABC*构成正三角形，则两点连线的斜率为1，设*BC*所在直线方程为*x*-*y*+*m*=0，由题意知*A*到直线距离为直线被所截弦长的倍，列方程解得*m*=-，所以曲线③是*T*型线．

10．设函数，若在区间内的图象上存在两点，在这两点处的切线相互垂直，则实数的取值范围为（ ）

A． B． C． D．

【答案】A

【解析】

，



若存在使得，

则必有

由得

由得

由得，

所以，得

综上可得，故选A.

二、填空题：本大题共7小题，多空题每题6分，单空题每题4分，共36分。

11．如果实数$x$，$y$满足约束条件$\{\begin{array}{c}2x+y-4\leq 0,\\x-y-1\leq 0,\\x\geq 1,\end{array}$，则$z=3x+2y$的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】7

【解析】根据约束条件画出可行域，则当$x=1,y=2$ 时，$3x+2y$ 取最大值$7$ .

12．某学生三好学生的评定标准为：

（1）各学科成绩等级均不低于等级*B*，且达*A*及以上等级学科比例不低于85%；

（2）无违反学校规定行为，且老师同学对其品德投票评定为优秀比例不低于85%；

（3）体育学科综合成绩不低于85分.

设学生达*A*及以上等级学科比例为*x*%，学生的品德被投票评定为优秀比例为*y*%，学生的体育学科综合成绩为*z*（0≤*x*、*y*、*z*≤100）.用表示学生的评定数据.已知参评候选人各学业成绩均不低于*B*，且无违反学校规定行为.则：

（1）下列条件中，是“学生可评为三好学生”的充分不必要条件的有\_\_\_\_\_　.

①（85,80,100）②（85,85,100）③*x*+*y*+*z*≥255④*x*+*y*+*z*≥285

（2）写出一个过往学期你个人的（或某同学的）满足评定三好学生的必要条件\_\_\_\_\_\_\_　.

【答案】②④ *x*+*y*+*z*≥200

【解析】

（1）对于①，由数据可知，学生的品德被投票评定为优秀比例是80%，

低于85%，不能被评三好学生，充分性不成立；

对于②，由数据可知，学生的评定数据均满足被评为三好学生的评定标准，充分性成立，

但反之，被评为三好学生，成绩不一定是，必要性不成立，

故②符合题意；

对于③，由*x*≥85，*y*≥85，*z*＝85，得*x*+*y*+*z*≥255，

故*x*+*y*+*z*≥255是学生可评为三好学生的充要条件，故③不符合题意；

对于④，由③知*x*+*y*+*z*≥285是学生可评为三好学生的充分不必要条件，

故④符合题意.

综上所述，“学生可评为三好学生”的充分不必要条件有②④.

（2）由（1）可知，*x*+*y*+*z*≥255是“学生可评为三好学生”的充分条件，

故满足评定三好学生的必要条件可以是：*x*+*y*+*z*≥200.

故答案为：②④；*x*+*y*+*z*≥200.

13．传说古希腊毕达哥拉斯学派的数学家经常在沙滩上画点或用小石子表示数．他们研究过如图所示的三角形数：



将三角形数1，3，6，10，…记为数列，将可被5整除的三角形数按从小到大的顺序组成一个新数列，则①是数列中的第\_\_\_\_\_\_项；②\_\_\_\_\_\_\_（用*k*表示）．

【答案】(1)5030 (2)

【解析】

由以上规律可知三角形数1,3,6,10,…的一个通项公式为an=,写出其若干项有:1,3,6,10,15,21,28,36,45,55,66,78,91,105,120,…其中能被5整除的为10,15,45,55,105,120,…

故b1=a4,b2=a5,b3=a9,b4=a10,b5=a14,b6=a15,….

从而由上述规律可猜想:b2k=a5k=(k为正整数),

b2k-1=a5k-1==,

故b2012=b2×1006=a5×1006=a5030,

即b2012是数列{an}中的第5030项.

14．若的面积为,且∠*C*为钝角，则∠*B*=\_\_\_\_\_\_\_\_\_；的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】 

【解析】

，

，即，

，

则，

为钝角，，

，故.

故答案为，.

15．双曲线的方程为，为其渐近线，为右焦点.过作且交双曲线于，交于.若，且则双曲线的离心率的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

双曲线的渐近线方程为：，不妨设，

则，联立解得

设，故，故

代入双曲线方程得到：，化简得到

故

故答案为：

16．在四边形中，，，，，为的中点，，则\_\_\_\_\_；设点为线段上的动点，则最小值为\_\_\_\_\_．

【答案】 ．

【解析】

为的中点，，

，，，

，





，

；

设，

，





，

时，取得最小值为.

故答案为：；.



17．已知函数, ,且对于任意的恒成立,则实数的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】1

【解析】设

 当时， .设

则 在 上为增函数． 的函数值由负到正，必有 ，使 ．即 ，两边取对数得在 上为减函数，在 上为增函数．
 .

三、解答题：本大题共5小题，共74分。

**18．（14分）已知中，角的对边分别为，且满足.**

**（1）求的值；**

**（2）若点在边上，平分角，且，求的值.**

**【答案】**（1）（2）

**【解析】**

解：(1)由及正弦定理可得

，即，

因为，且，即，

所以.

（2）因为，所以，

因为平分角，所以，

由，可得，

，整理得，所以.

**19．（15分）设数列的前项和为，点在直线上.**

**（1）求证：数列是等比数列，并求其通项公式；**

**（2）设直线与函数的图象交于点，与函数的图象交于点，记（其中为坐标原点），求数列的前项和.**

**【答案】**（1）见解析（2）

**【解析】**

（1）点在直线上，①

（i）当时，.

（ii）当时，② ①-②即.

数列是首项为，公比为的等比数列.

（2）由已知



.

**20．（15分）如图，在梯形中， ， ， ，平面平面，四边形是矩形， ，点在线段上.**

****

**（1）当为何值时， 平面？证明你的结论；**

**（2）求二面角的平面角的余弦值.**

**【答案】**（1）（2）

**【解析】**（1）当时， 平面，证明如下：

在梯形中，设，连接，

因为， ，

所以，又，

因为∽,

因此，

所以，因为是矩形，

所以四边形是平行四边形，

所以，

又平面， 平面，

所以平面；

（2）在平面内过点作，

因为平面平面，且交线为，

则平面，即， ，

以点为原点，分别以所在直线为轴，建立空间直角坐标系，

则， ， ， ，

所以， ， ， ，

设平面的法向量为，则，

∴，取，

同理可得平面的法向量，

所以，

因为二面角是锐角，所以其余弦值是.



**21．（15分）已知椭圆的离心率为，以椭圆的2个焦点与1个短轴端点为顶点的三角形的面积为．**

**（1）求椭圆的方程；**

**（2）如图，斜率为k的直线过椭圆的右焦点F，且与椭圆交与两点，以线段为直径的圆截直线所得的弦的长度为，求直线的方程．**

****

**【答案】**（1）；（2）或.

**【解析】**

【详解】解：（1）由椭圆的离心率为，

得，.

由得， ，所以椭圆方程为．

（2）解：设直线，，，中点．

联立方程得，

.．

所以，

点到直线的距离为．

由以线段为直径的圆截直线所得的弦的长度为得

，所以，

解得，所以直线的方程为或．

**22．（15分）已知函数*f*（*x*）＝*ex*﹣*ax***

**（1）讨论函数*f*（*x*）的单调性；**

**（2）若存在*x*1＜*x*2，且满足*f*（*x*1）＝（*x*2）.证明；**

**（3）证明：（*n*∈*N*）．**

**【答案】**（1）见解析（2）见解析（3）见解析

**【解析】**

（1）*f*′（*x*）＝*ex*﹣*a*，

当*a*≤0时，*f*′（*x*）＞0，*f*（*x*）在（﹣∞，+∞）上递增，

当*a*＞0时，*x*＞*lna*时，*f*′（*x*）＞0，*f*（*x*）在（*lna*，+∞）上递增，

*x*＜*lna*时，*f*′（*x*）＜0，*f*（*x*）在（﹣∞，*lna*）上递减；

（2）由（1）知，*a*＞0，且*x*1＜*lna*＜*x*2，

记*h*（*x*）＝*f*（*x*）﹣*f*（2*lna*﹣*x*），*x*∈（*lna*，+∞），

则*h*′（*x*）2+（*a*﹣1）2﹣1＞0，

所以*h*（*x*）在（*lna*，+∞）上递增，则*h*（*x*）＞*h*（*lna*）＝0，

所以*f*（*x*）＞*f*（2*lna*﹣*x*），则*f*（*x*2）＞*f*（2*lna*﹣*x*2），

因为*f*（*x*2）＝*f*（*x*1），*f*（*x*1）＞*f*（2*lna*﹣*x*2），

，

 ，所以；

（3）由（1）可知*a*＝*e*时，*f*（*x*）≥*f*（*lne*）＝0，

所以*ex*≥*ex*，所以*ex*﹣1≥*x*，当且仅当*x*＝1时取等号，

令*x*＝2*n*（*n*∈N），，当*n*＝0时取等号，

则（*n*∈N）．