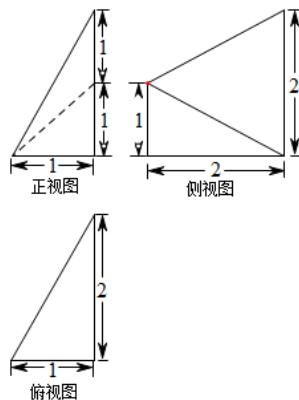


- A. $2\sin 20^\circ$ B. $2\cos 20^\circ$ C. $\frac{1}{\sin 20^\circ}$ D. $\frac{1}{\cos 20^\circ}$

4. 如图, 某多面体的三视图中正视图、侧视图和俯视图的外轮廓分别为直角三角形、直角梯形和直角三角形, 则该多面体的体积

- A. $\frac{2}{3}$
B. 1
C. 2
D. 3



5. 若 x, y 满足 $|y| \leq 2 - x$, 且 $|x| \leq 1$, 则 $2x + y$ 的最小值为

- A. -7
B. -5
C. 1
D. 4

6. 若函数 $f(x) = \ln\left(\frac{2}{1-x} + a\right)$ 是奇函数, 则使 $f(x) < 1$ 的 x 的取值范围为

- A. $(-1, \frac{e-1}{e+1})$
B. $(0, \frac{e-1}{e+1})$
C. $(\frac{e-1}{e+1}, 1)$
D. $(-1, \frac{e-1}{e+1}) \cup (1, +\infty)$

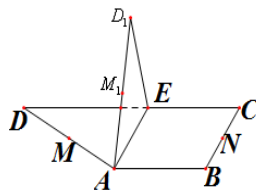
7. 已知 $c > a$, 随机变量 ξ, η 的分布列如下表所示, 则

η	4	3	2
p	a	b	c

ξ	2	3	4
p	a	b	c

- A. $E\xi > E\eta, D\xi < D\eta$
B. $E\xi > E\eta, D\xi = D\eta$
C. $E\xi > E\eta, D\xi > D\eta$
D. $E\xi < E\eta, D\xi = D\eta$
8. 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $BC \perp CD$, $AB = BC = 2$, $CD = 4$, E 为 CD 中点, M, N 分别为 AD, BC 的中点, 将 $\triangle ADE$ 沿 AE 折起, 使点 D 到 D_1 , M 到 M_1 , 在翻折过程中, 有下列命题: ① $|M_1N|$ 的最小值为 1; ② $M_1N \parallel$ 平面 CD_1E ; ③存在某个位置, 使 $M_1E \perp DE$; ④无论 M_1 位于何位置, 均有 $M_1N \perp AE$ 。其中正确命题的个数为

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4



9. 已知 $a_1 = 1919, a_k = 1949, a_l = 2019$ 是等差数列 $\{a_n\}$ 中的三项, 同时 $b_1 = 1919, b_k = 1949, b_l = 2019$ 是公比为 q 的等比数列 $\{b_n\}$ 中的三项, 则 q 的最大值为

- A. $\frac{2019}{1949}$
B. $(\frac{2019}{1949})^{\frac{1}{7}}$
C. $(\frac{2019}{1949})^{\frac{10}{7}}$
D. 无法确定

10. 已知函数 $f(x) = x^2 + ax + b (a, b \in R)$ 在区间 $[2, 3]$ 上有零点, 则 $a^2 + ab$ 的取值范围是

- A. $(-\infty, 4]$
B. $(-\infty, \frac{81}{8}]$
C. $[4, \frac{81}{8}]$
D. $[\frac{81}{8}, +\infty)$

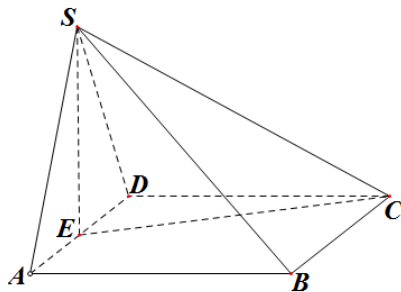
非选择题部分（共 110 分）

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分。

11. 已知若复数 $z = \frac{m+i}{2-i}$ (i 为虚数单位)。若 z 是纯虚数，则以 $F(0, m)$ 为焦点的抛物线的标准方程为 _____；若 $|z| = \sqrt{2}$ ，则 $m =$ _____。
12. 已知 $A(-2, 0)$ ， $B(2, 0)$ ，动点 M 满足 $|MA| = 2|MB|$ ，则点 M 的轨迹方程是 _____；又若 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ ，此时 $\triangle MAB$ 的面积为 _____。
13. 在二项式 $\left(3x - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^7$ 的展开式中，所有项系数和为 _____，展开式中含 x^2 的项是 _____。
14. 已知正实数 a 满足 $a^a = (8a)^{9a}$ ，则 $\log_a(2a)$ 的值为 _____。
15. 记 A, B, C 为 $\triangle ABC$ 的内角，①若 $\frac{1+\sin A}{\cos A} = 3$ ，则 $\frac{1+\cos A}{\sin A} =$ _____；②若 $\cos B, \cos C$ 是方程 $5x^2 - 3x - 1 = 0$ 的两根，则 $\sin B \cdot \sin C =$ _____。
16. 已知 P, Q 是椭圆 $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ 上的两点（点 Q 在第一象限），若 $M(1, 0)$ ，且直线 PM, QM 的斜率互为相反数，且 $|PM| = 2|QM|$ ，则直线 QM 的斜率为 _____。
17. 已知 A, B, C, D, E 为半径为 1 的圆上相异的 5 点（没有任何两点重合），这 5 个点两两相连可得到 10 条线段，则这 10 条线段长度平方和的最大值为 _____。

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18. （本题满分 14 分）已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} + 1$ 。
- （I）若 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ， $f(x) = \frac{5}{6}$ ，求 $\cos x$ 的值；
- （II）在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且满足 $2b \cos A \leq 2c - \sqrt{3}a$ ，求 $f(B)$ 的取值范围。
19. （本题满分 15 分）四棱锥 $S-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，侧面 SAD 为正三角形， $SC = 2\sqrt{2}$ ， E 分别为 AD 的中点。
- （I）证明：平面 $SAD \perp$ 平面 $ABCD$ ；
- （II）求直线 SB 与平面 SEC 所成角的正弦值。



20. (本题满分 15 分) 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1, a_2=\frac{1}{4}$, 且 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n-1}{n-a_n}$ ($n \in N^*, n \geq 2$).

(I) 令 $f(n)=\frac{1}{na_{n+1}}-\frac{1}{(n-1)a_n}$ ($n \in N^*, n \geq 2$), 将 $f(n)$ 用 n 表示, 并求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 令 $T_n=a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2$, 求证: $T_n<\frac{7}{6}$.

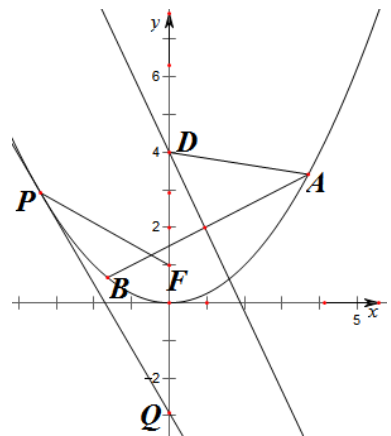
21. (本题满分 15 分) 如图, 已知抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的焦点为 F .

(I) 若点 P 为抛物线上异于原点的任一点, 过点 P 作抛物线的切线交 y 轴于点 Q , 证明:

$$\angle PFy=2\angle PQF;$$

(II) A, B 是抛物线上两点, 线段 AB 的垂直平分线交 y 轴于点 $D(0,4)$ (AB 不与 x 轴平行),

且 $|AF|+|BF|=6$. 过 y 轴上一点 E 作直线 $m \parallel x$ 轴, 且 m 被以 AD 为直径的圆截得的弦长为定值, 求 $\triangle ABE$ 面积的最大值.



22. (本题满分 15 分) 已知函数 $f(x)=2x-\frac{1}{x}-3\ln x$.

(I) 求函数 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程;

(II) 若 $y=f(x)$ 在 $x=x_1, x_2$ ($x_1 \neq x_2$) 处导数相等, 证明: $f(x_1)+f(x_2) \geq 3\ln 2$;

(III) 若对于任意 $k \in (-\infty, 2)$, 直线 $y=kx+b$ 与函数 $y=f(x)$ 图像都有唯一公共点, 求实数 b 的取值范围.